

Cząstki elementarne i oddziaływania

ZADANIA III

Model Kwarkowy

1. Stan spinowy cząstki można zapisać używając braketów: $|s m_s\rangle$, np. stan spinowy elektronu lub kwarka o spinie $1/2$ z trzecią składową $1/2$, czyli stan \uparrow , zapisujemy jako: $|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$. A zatem układ $\uparrow\uparrow$ dwóch kwarków o spinach $1/2$, z trzecią składową $1/2$ zapiszemy jako:

$$|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = |1 1\rangle$$

Proszę znaleźć i zapisać pozostałe stany spinowe dwóch kwarków.

2. Operatory parzystości przestrzennej i ładunkowej – proszę je zdefiniować i określić wartości własne. Jaka jest parzystość przestrzenna układu dwóch fermionów z zadania 1?
3. Proszę określić, jaki może być całkowity moment pędu mezonów i barionów, które złożone są odpowiednio z dwóch i trzech kwarków.

Całkowity moment pędu cząstki jest to wektorowa suma jej spinu i momentu pędu: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, ale jak dodajemy te wektory? W mechanice kwantowej nie znamy przecież wszystkich współrzędnych?

Używając braketów, zapytamy: jakie są możliwe momenty pędu $|jm\rangle$ układu złożonego ze stanów $|j_1 m_1\rangle$ oraz $|j_2 m_2\rangle$? Trzecie składowe dodają się łatwo: $m = m_1 + m_2$, ale co z długością całkowitego momentu pędu $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$?

Jak \vec{J}_1 i \vec{J}_2 są równoległe, ich długości się dodadzą, gdy antyrównoległe – odejmą. Czyli długość \vec{J} może on przyjąć każdą całkowitą wartość j z przedziału: $j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, 0, |j_1 + j_2| - 1, |j_1 + j_2|$.

Odpowiedź na pytanie z początku zadania jest intuicyjna, gdy kwarki mają zerowy orbitalny moment pędu L . W przypadku ogólnym konieczna jest znajomość znajdowania tych stanów przy pomocy tablic ze współczynnikami Clebsha-Gordana*.

4. Deuteron to stan związany neutronu i protonu. Deuteron ma spin 1 i dodatnią parzystość. Proszę wytłumaczyć, dlaczego można go znaleźć tylko w stanach 3S_1 oraz 3D_1 .
5. Mezon ρ^0 zaliczamy do multipletu o $J^P = 1^-$. Wyjaśnij, biorąc pod uwagę własności symetrii funkcji falowej, dlaczego możliwy jest rozpad: $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, a wzbroniony: $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$.
6. Jakie są możliwe wartości J^P dla układu fermion-antyfermion (np. dla pozytronium, tj. stanu związanego elektron-pozyton), które są w fali S lub P ? Proszę również podać te stany w notacji spektroskopowej.
7. Kwarki u i d mają izospin $I = \frac{1}{2}$ oraz trzecią składową izospinu $I_3 = +\frac{1}{2}$ (kwarki u i \bar{d}) lub $I_3 = -\frac{1}{2}$ (kwarki d i \bar{u}). Jaki całkowity izospin mogą mieć mezony złożone z kwarków u i d ? Odpowiednie współczynniki można otrzymać z tablic współczynników Clebsha-Gordana, analogicznie jak dla spinów. Proszę napisać postacie funkcji falowych tych mezonów i przypisać im fizyczne cząstki z multipletu o 0^- . Pamiętaj należy tu o pewnej konwencji*, która powoduje, że funkcja falowa jednego z tych kwarków ma znak

przeciwny do funkcji antykwarka.

* zmiana $q \rightarrow \bar{q}$ jest równoważna działaniu operatora parzystości ładunkowej \hat{C} : $\hat{C}|u\rangle = e^{i\phi}|\bar{u}\rangle$. Konwencja Condon-Shortleya oznacza, że przemiany lekkich kwarków mają znaki odpowiednio: $|u\rangle \rightarrow -|\bar{u}\rangle$, $|d\rangle \rightarrow +|\bar{d}\rangle$. Może być również konwencja (M.Thomson): $|u\rangle \rightarrow |\bar{u}\rangle$, $|d\rangle \rightarrow -|\bar{d}\rangle$. Proszę przeanalizować, jaka jest różnica pomiędzy obydwoma podejściami.

8. (Zad.*) Rozpatrujemy silne oddziaływania w rozpraszaniu pionów na protonach: $\pi + N \rightarrow \pi + N$.

a) Proszę wypisać możliwe stany izospinowe w tych procesach. Matematyka izospinu jest taka sama, jak spinu, tzn, wiedząc, że piony mają izospin $I = 0$ i trzy możliwe wartości $I_3 = -1, 0, +1$, a nukleony $I = \frac{1}{2}$ i $I_3 = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$, używając współczynników Clebsha-Gordana dodajemy izospiny analogicznie jak spiny.

b) Przekrój czynny proporcjonalny jest do kwadratu elementu macierzowego $\langle \psi_f | \hat{H} | \psi_i \rangle$, w którym \hat{H} zależy tylko od izospinu. Rozpatrzmy trzy konkretne procesy:

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$$

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$$

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$$

Proszę wyznaczyć odpowiednie amplitudy rozpraszania, pamiętając, że izospin w oddziaływaniach silnych jest zachowany.