



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

Wstęp do Modelu Standardowego

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

Relatywistyka
Zderzenia cząstek
Akcelaratory
CERN i LHC

Mechanika relatywistyczna

- MS jest opisywany przez równania relatywistyczne.
- Obiekty MS opisywane są w 4-wymiarowej przestrzeni.
 - wektor kontrawariantny (def): $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$
 - kowariantny tensor metryczny (def):

$$g_{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- wektor kowariantny: $x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = (x^0, -x^1, -x^2, -x^3)$
- Iloczyn skalarny czterowektorów:

$$x \cdot y = g_{\mu\nu} x^\mu y^\nu = x^\mu y_\mu$$



Transformacja Lorentza

Transformacja Lorentza jest to takie przekształcenie,
które nie zmienia iloczynu skalarnego czterowektorów

$$x \rightarrow x' = \Lambda x$$

$$x' \cdot y' = x \cdot y$$



Pola - wymagania

- Pole $\phi(x^\mu)$ w każdym punkcie czasoprzestrzeni powinno się transformować wzg. transformacji Lorentza (TL) jak: skalar lub wektor lub tensor.

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) \quad x'^\mu = (x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$$

ten sam punkt czasoprzestrzeni - $\phi(x^\mu) = \phi'(x'^\mu)$

uwaga: współrzędne „'” odnoszą się zawsze do układu po przekształceniu. np. TL lub symetrii gauge

- Rozważmy teraz małą zmianę pola $\phi(x^\mu)$:

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x^\mu} dx^\mu$$

powinna być niezmiennicza wzgl. TL (Lorentz Invariant – LI)

dx^μ jest 4-wektorem kontrawariantnym,
jakim zatem wektorem powinno być $\frac{\partial \phi}{\partial x^\mu}$?



Pochodne czterowektorów

- Operatory pochodnych (4-gradienty): $\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right)$

transformują się jak:

$$\partial_\mu \rightarrow \partial'_\mu = (\Lambda^{-1})^\nu_\mu \partial_\nu$$

odwrotna TL

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right)$$

$$\partial^\mu \rightarrow \partial'^\mu = \Lambda^\nu_\mu \partial^\nu$$

TL

- Jeśli zatem $\phi(x^\mu)$ jest funkcją skalarną, to pochodne:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x^\mu} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}, \nabla \phi \right) \equiv \partial_\mu \phi$$

kontrawariantny 4-wektor

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_\mu} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}, -\nabla \phi \right) \equiv \partial^\mu \phi$$

kowariantny 4-wektor

- Operator d'Alemberta: $\square \equiv g^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu = \partial_\mu \partial^\mu = \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \nabla^2 \right)$

- również jest niezmiennikiem TL

niespodziewane?



Pola skalarne i wektorowe

- Dla pola ϕ niezmiennicze również są: $\square\phi = 0$

$$\partial_\mu\phi\partial_\mu\phi = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - (\nabla\phi)^2$$

$$\partial_\mu(\partial_\mu\phi) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \nabla^2\phi$$

- Pole może również być wektorowe, np. 4-potencjał $A^\mu(x^\mu)$:

$$A^\mu = \left(\frac{1}{c}\phi, \vec{A}\right)$$

dywergencja 4-potencjału:

$$\partial_\mu A^\mu = \frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{A}$$

$$\partial^\mu A_\mu = \frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{A}$$

Zderzenia relatywistycznych cząstek

- Czteropęd układu cząstek: $P^\mu = P_1^\mu + P_2^\mu = (1/c (E_1 + E_2), \vec{p}_1 + \vec{p}_2)$
 - określamy jako masą (niezmienniczą): $m = \sqrt{1/c^2 (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$
- Masa układu jest równa lub większa od sumy mas poszczególnych cząstek (nawet, gdy nie oddziałują).
- Masa układu jest **niezmiennicza** – wygodny sposób na obliczenia kinematyki procesu w różnych układach.
- Uwaga na różne pojęcia masy:
 - masa relatywistyczna i masa spoczynkowa: $m = m_0 \gamma$,
 - masa kwarków? 1/3 masy protonu? Trudna do określenia bez teorii.
- Niezmienniki relatywistyczne (zawsze kombinacja kwadratu 4-pędu):

$$s = (P_a + P_b)^2 \quad s \geq 0$$

$$t = (P_c - P_a)^2 \quad t \leq 0$$

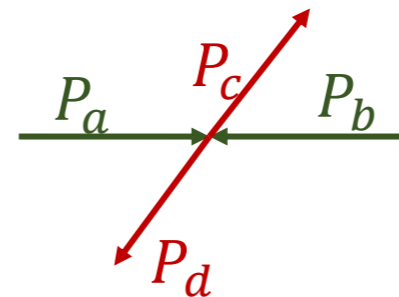
$$u = (P_d - P_a)^2 \quad u \leq 0$$

gdy $E \gg m$, to:

$$s \approx 2P_a P_b$$

$$t \approx -2P_a P_c$$

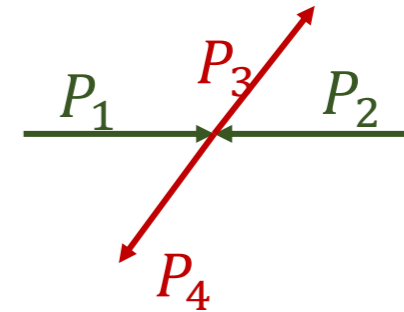
$$u \approx -2P_a P_d$$



$$s + t + u = ?$$

Zderzenia relatywistycznych cząstek

- Zderzenia cząstek o czteropędach P_1 i P_2 :
kwadrat czteropędu ($c = 1$): $M^2 \equiv s = (P_1 + P_2)^2$
 - jest to niezmiennik s ;
 - jest to masa niezmiennicza układu cząstek 1 i 2:



- Liczymy:

$$s = (P_1 + P_2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 =$$

$$= m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1 E_2 - |\vec{p}_1| |\vec{p}_2| \cos \alpha(\vec{p}_1, \vec{p}_2))$$

- Przy zderzeniach cząstek przeciwbieżnych: $\cos \alpha(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = -1$,
a dla cząstek relatywistycznych: $E = p$ i mamy:

$$s = 4E_1 E_2$$

Kwadrat sumy czteropędów zderzanych cząstek to niezmiennik s i zarazem masa niezmiennicza tego układu.
Masa układu zależy od kierunku pędów cząstek!

Zderzenia relatywistycznych cząstek

- Wybieramy teraz pewien układ – **środek masy**, w którym całkowity pęd cząstek wynosi zero:

$$\sum \vec{p} = 0$$

zatem czteropęd zapiszemy jako:

$$P = (E_1^* + E_2^*, 0)$$



- Jeżeli policzymy w nim niezmiennik s , to otrzymamy:

$$s = \left(\sum E_i^* \right)^2$$

$$s = (P_1 + P_2)^2 = (E_1^* + E_2^*)^2 - \underbrace{(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}_{= 0} = (\sum E_i^*)^2$$

Kwadrat czteropędu układu jest kwadratem całkowitej energii w układzie środka masy (CMS).

MASA układu jest równa całkowitej energii w CMS (układzie środka masy):

$$m = \sqrt{s} = \sum E_i^*$$

\sqrt{s} jest maksymalną energią w oddziaływaniu, która może być wykorzystana do produkcji nowych stanów.

Zderzenia relatywistycznych cząstek

- Określany jest jako układ, w którym jedna cząstka (tarcza) spoczywa, czyli:

$$P_1 = (E_1, \vec{p}_1) \quad \xrightarrow{\quad} \quad \bullet \quad P_2 = (m_2, 0)$$

czteropęd układu: $P = (E_1 + m_2, \vec{p}_1)$

a niezmiennik s :

$$s = (P_1 + P_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1 m_2)$$

$$\sqrt{s} = \sqrt{2E_1 m_2}$$

Przykłady:

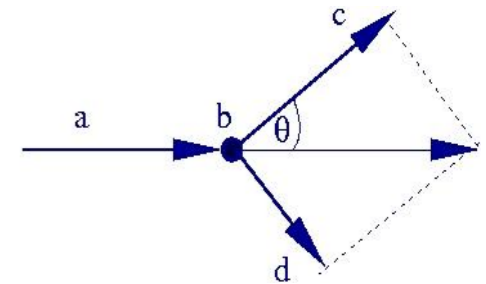
- proton o energii 100 GeV zderza się z tarczą: $\sqrt{s} = \sqrt{2E_p m_p} = 14 \text{ GeV}$

- dwie wiązki 100 GeV protonów: $\sqrt{s} = 2E = 200 \text{ GeV}$

W zderzeniach ze stałą tarczą większość energii protonu jest zmarnowana – unoszona jest jako pęd układu, a nie do produkcji nowych cząstek.

Przy projektowaniu eksperymentu należy przeliczyć, co się bardziej „optaca” ..

jednostki??? naturalnie!



wielkość	zależność	SI	$[\hbar, c, GeV]$	NU $\hbar = c = 1$
Energia	E	$kg\ m^2\ s^{-1}$	GeV	GeV
Pęd	$p = E/c$	$kg\ m\ s^{-1}$	GeV/c	GeV
Masa	$E = mc^2$	kg	GeV/c^2	GeV
Czas	$E \cdot t = \hbar/2$	s	\hbar/GeV	GeV^{-1}
Długość	$p \cdot x = \hbar/2$	m	$\hbar c/GeV$	GeV^{-1}
Powierzchnia	x^2	m^2	$(\hbar c/GeV)^2$	GeV^{-2}

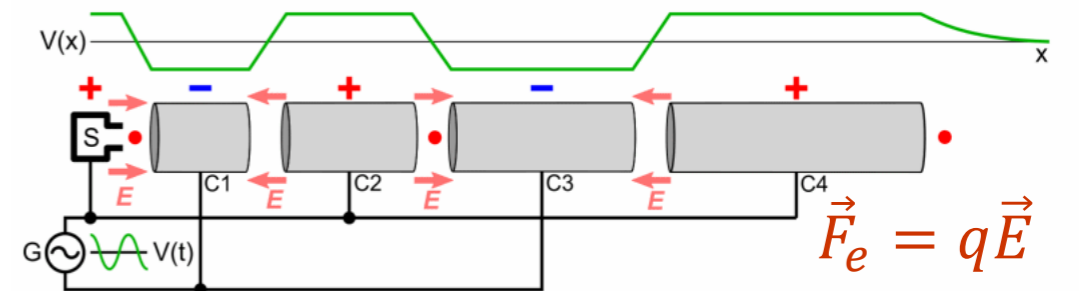
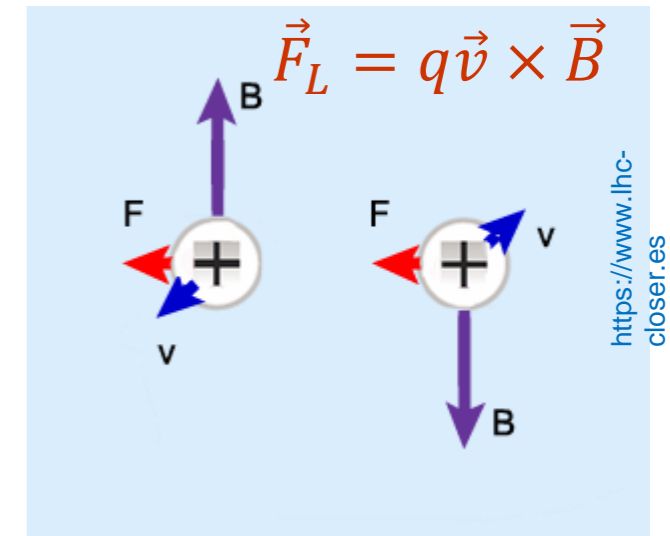
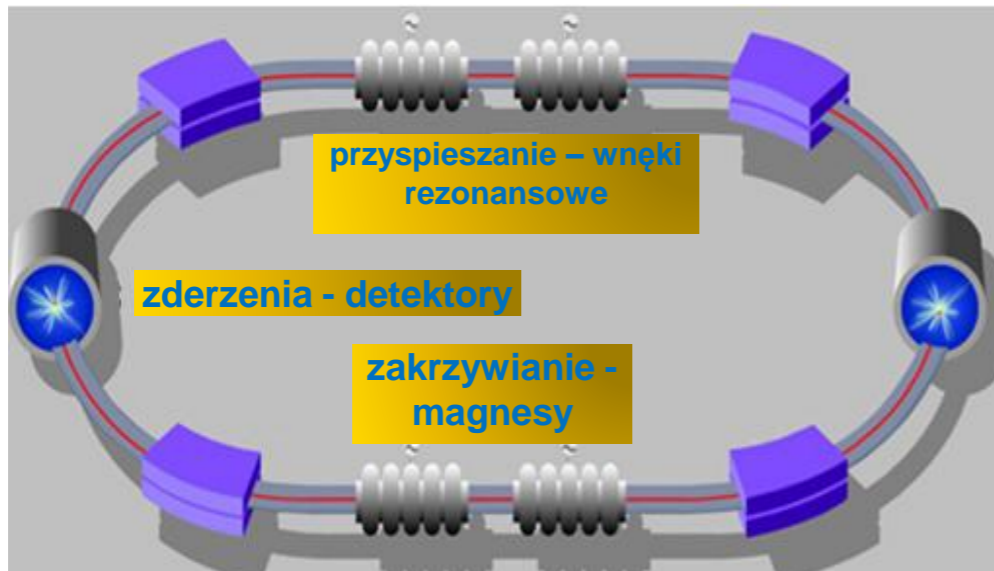
NU → SI
 przemnażamy przez brakujące czynniki
 $(c, \frac{1}{c}, \dots, \hbar, \hbar c)$

Quantity	natural units	SI
energy	GeV	$1.6 \cdot 10^{-10}\ J$
momentum	GeV	$5.34 \cdot 10^{-19}\ kg\ m/s$
mass	GeV	$1.78 \cdot 10^{-27}\ kg$
time	GeV^{-1}	$1.5 \cdot 10^{24}\ s$
length	GeV^{-1}	$0.197\ fm$
area	GeV^{-2}	$0.389\ mb = 0.389 \cdot 10^{-31}\ m^2$

Fizyka akceleratorów w pigułce

Akceleratory to urządzenia do przyspieszania cząstek, głównie naładowanych.

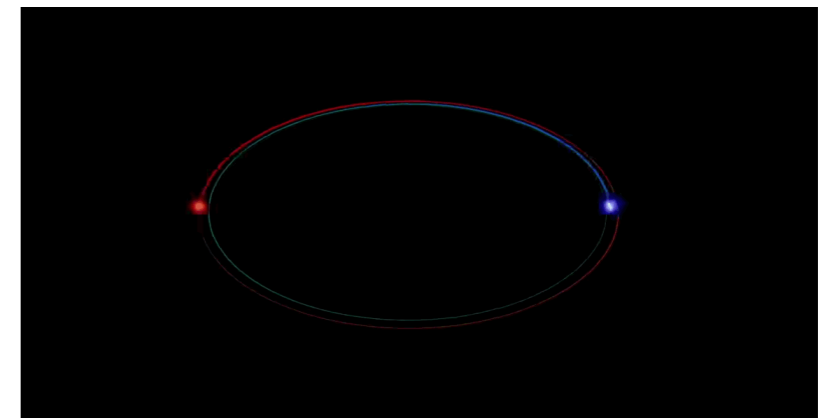
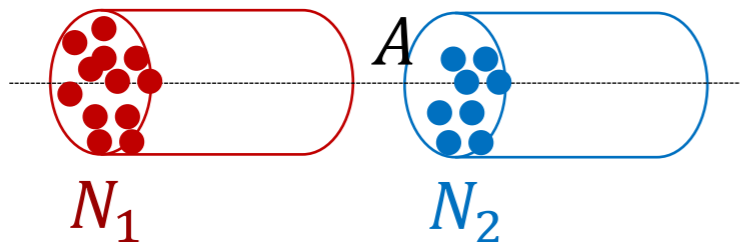
- Najefektywniej jest przyspieszać je wielokrotnie w tych samych elementach.
- Musimy zatem mieć:
 - pole magnetyczne do zakrzywiania toru** i ogniskowania cząstek,
 - pole elektryczne do przyspieszania**



From Wikimedia Commons

Zadania dla akceleratorów

- Przyspieszać możemy wiązki przeciwbieżne cząstek lub jedną wiązkę i zderzać ją z tarczą.
- W akceleratorach zależy nam na uzyskaniu odpowiedniej energii:
 - największej, gdy chodzi o produkcję nowych cząstek,
 - dokładnie określonej, gdy celem jest zbadanie konkretnych stanów, np. produkcja Z^0 czy mezonów B .
- Ważne również jest, aby było możliwie dużo zderzeń – dlatego zderza się wiązki z pęczkami cząstek, np. o liczności rzędu 10^{11} .
- Zderzenia będą częstsze, gdy wiązki mają małe przekroje poprzeczne, np. $10 \mu\text{m}$.



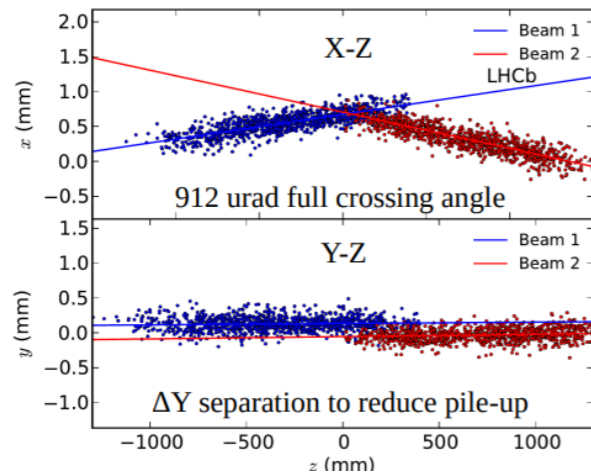
Światłość akceleratorów

- O jakości akceleratora świadczy parametr nazywany światłością (**luminosity**).
- Jest to liczba decydująca o tym ile i jak częstych zderzeń możemy oczekiwać.
- Jeżeli **światłość** będzie za mała, to np. rzadkich procesów możemy się nie doczekać.

Światłość akceleratora

$$\mathcal{L} = n_b \frac{N_1 N_2}{\sigma_x \sigma_y} f$$

$$[\mathcal{L}] = \frac{1}{cm} \frac{1}{cm} \frac{1}{s} = cm^{-2} s^{-1}$$

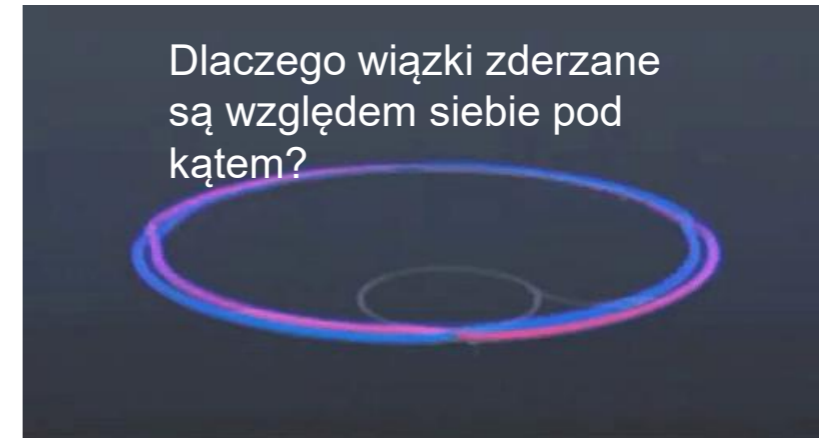


Światłość podawana jest w pewnym okresie zbierania danych, jako „scatkowana” (integrated) światłość:

$$\int \mathcal{L} dt = L$$

$$[L] = cm^{-2}$$

$$[L] = GeV^{-2}$$



Świetlność akceleratorów – uzysk (yield)

- Świetlność LHC w latach 2015-18 wynosiła (proszę obliczyć):
 - zderzano wiązki $1.6 \cdot 10^{11}$ protonów o przekrojach poprzecznych $40 \mu\text{m}$ z częstością 25 ns.
 - znając rozmiar protonów, można oszacować, ile pustej przestrzeni było pomiędzy protonami (długość pęczku to ok. 4 cm) oraz prawdopodobieństwo zderzenia.
- Jeżeli eksperyment trwa 3 miesiące, to ile wynosi scałkowana świetlność?
- Liczba obserwowanych przypadków zależy od:
 - przekroju czynnego,
 - świetlności akceleratora,
 - wydajności (detekcji, rekonstrukcji, identyfikacji, itp.)

☐ liczba przypadków/czas (**rate**)

$$\frac{dN}{dt} = \mathcal{L} \sigma \varepsilon$$

$$\left[\frac{1}{s} = \frac{1}{\text{cm}^2} \frac{1}{s} \text{cm}^2 \right]$$

☐ liczba przypadków/rok (**yield**)

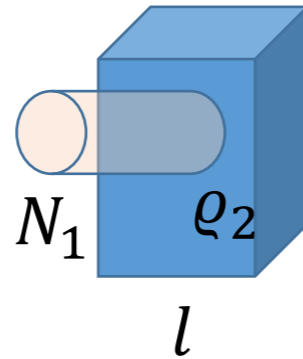
$$y = \int \frac{dN}{dt} dt = \int \mathcal{L} \sigma \varepsilon dt = L \sigma \varepsilon$$

$$[\text{cm}^{-2} \text{cm}^2] \quad [\text{fb}^{-1} \text{fb}^1]$$

Przykład: Eksperyment zebrał 100fb^{-1} danych, a przekrój czynny na produkcję cząstki Higgosa wynosi 1fb^1 .
Ile cząstek Higgosa zaobserwowano przy wydajności 1%?

Zderzenia z tarczą

Zderzenia z tarczą



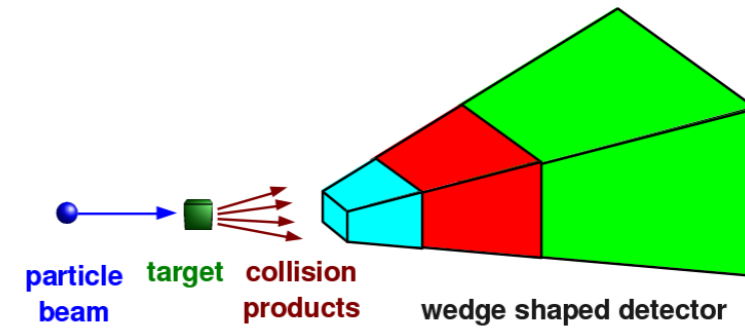
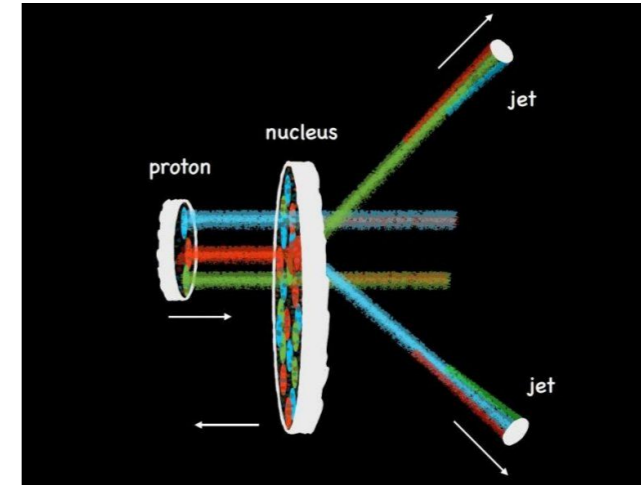
$$\mathcal{L} = N_1 \rho_2 l$$

Dla zderzeń z tarczą:

Wiązka 10^{13} protonów zderzana z tarczą wodorową o grubości 1m:

$$\mathcal{L} = 10^{38} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

po zderzeniu wiązka jest tracona.



Akceleratory - ograniczenia

Podstawowym parametrem akceleratora jest **maksymalna energia**.

- Akceleratory **elektrostatyczne** - po przekroczeniu pewnej wartości gradientu pola następuje przebicie elektryczne. Obecnie generatory Van de Graffa osiągnęły 20-30 MV i są używane jako pierwszy stopień przyspieszający np. ciężkich jonów.
- Akceleratory **liniowe** – dodając kolejne km wnek rezonansowych można osiągnąć coraz wyższe energie, ale zawsze decyduje tu koszt urządzenia, bowiem:

$$E_{max} \propto L \times \text{średnie pole el.}$$

Dla przyspieszaczy **kołowych**:

- protony – wymagają coraz większego pola magnetycznego, które musi je utrzymać wewnątrz rury. Maks pole, to ok. 8 T.

Ogranicza to dostępne energie do:

$$E_{max} = e c R B_{max}$$

(magnesy nadprzewodzące).

Po przekroczeniu E_{max} , protony „uciekną” z akceleratora.

Akceleratory elektronów

Elektrony krążące po orbicie tracą energię na promieniowanie synchrotronowe.

Średnia **energia tracona** na obieg:

$$\Delta E^- \propto \frac{E^4}{R} \frac{1}{m^4}$$

a energia dostarczana:

$$\Delta E^+ \propto 2\pi R \times \text{pole el.}$$

maksymalna **osiągana energia**:

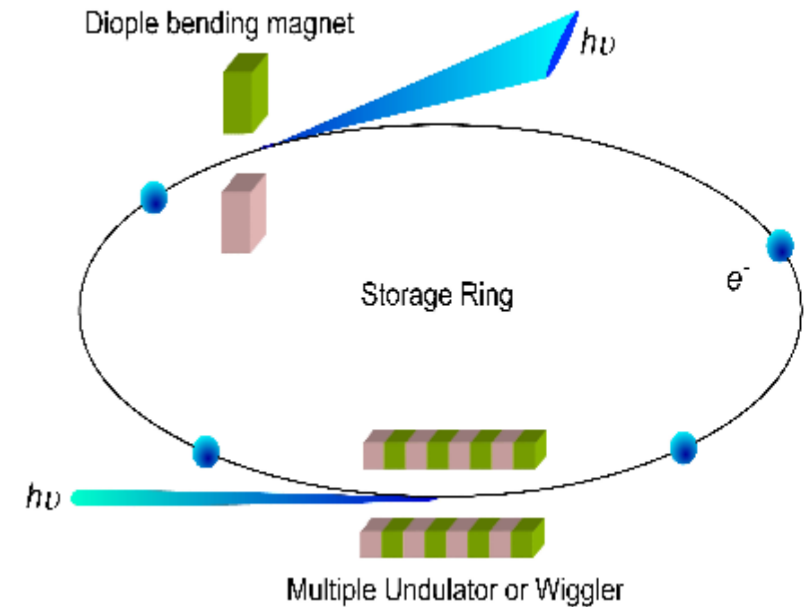
$$E_{max} \propto \sqrt{R}$$

LEP: przy $R = 4\,300$ m, $E = 45$ GeV $\Delta E^- = 84$ MeV/obieg

przy $E = 100$ GeV $\Delta E^- =$ GeV/obieg

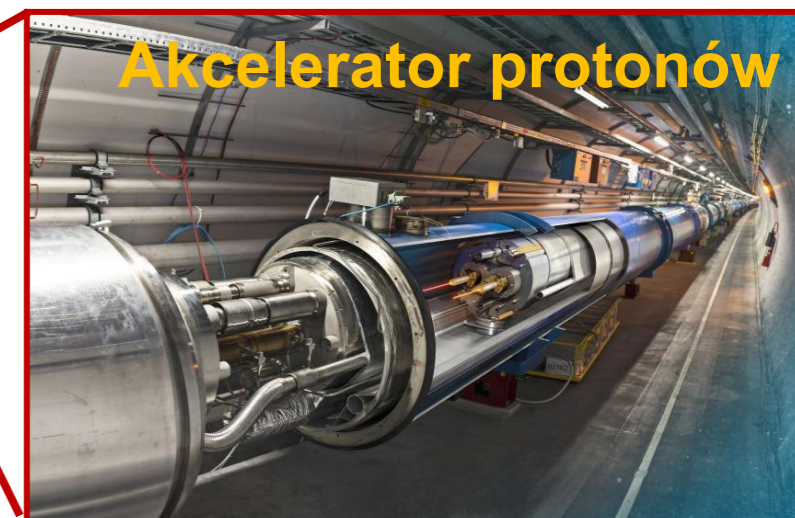
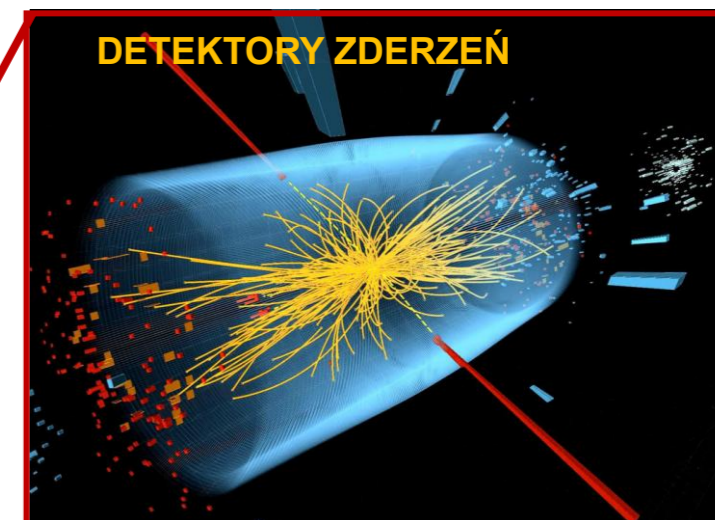
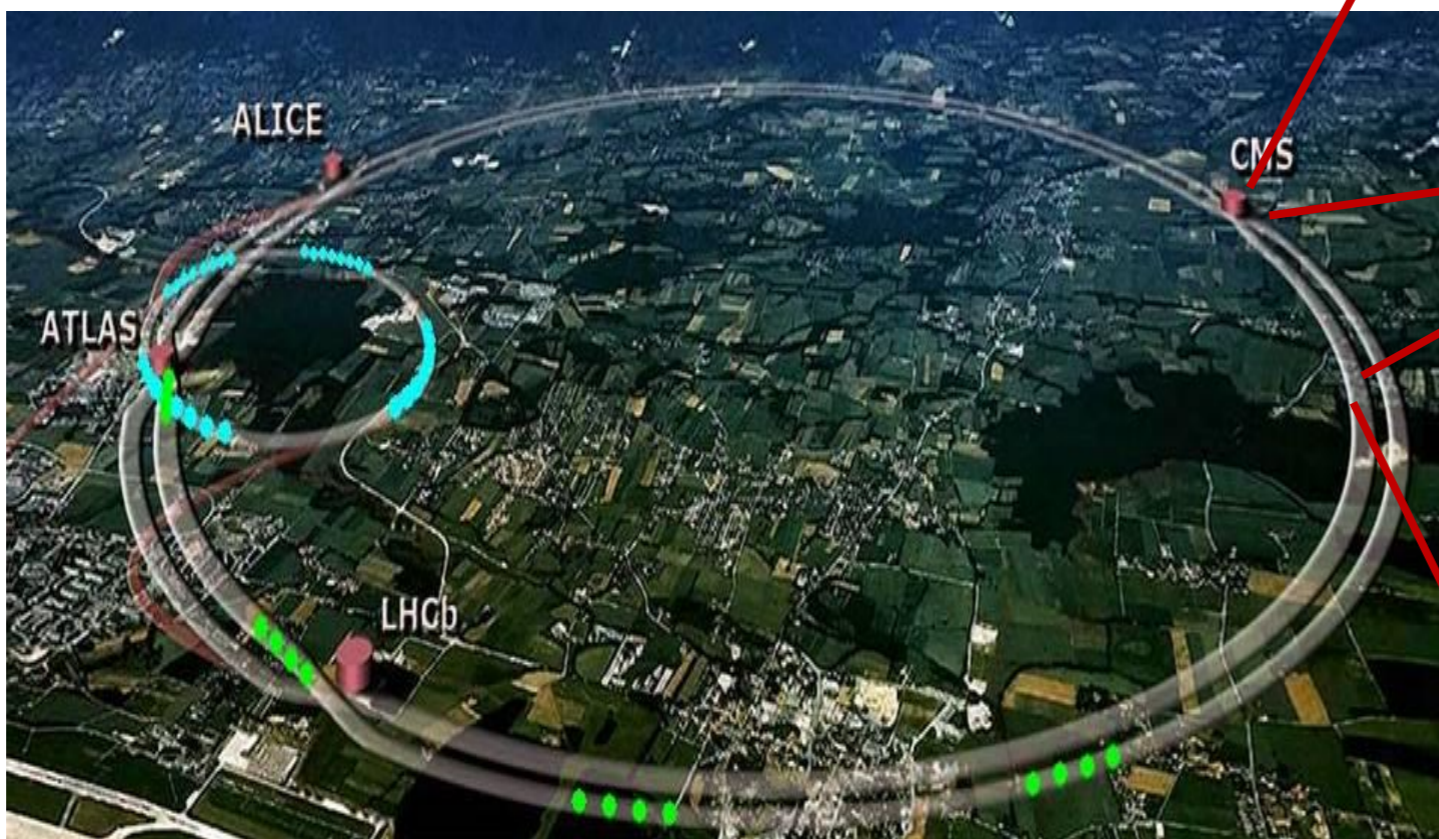
był to **ostatni akcelerator kołowy elektronów**,

planuje się budowę ILC (International Linear Collider) z energiami wiązek elektron – pozyton po **500 GeV**



Large Hadron Collider 2010-2030

LHC to zespół akceleratorów protonów, zbudowany pod Genewą, w ośrodku CERN

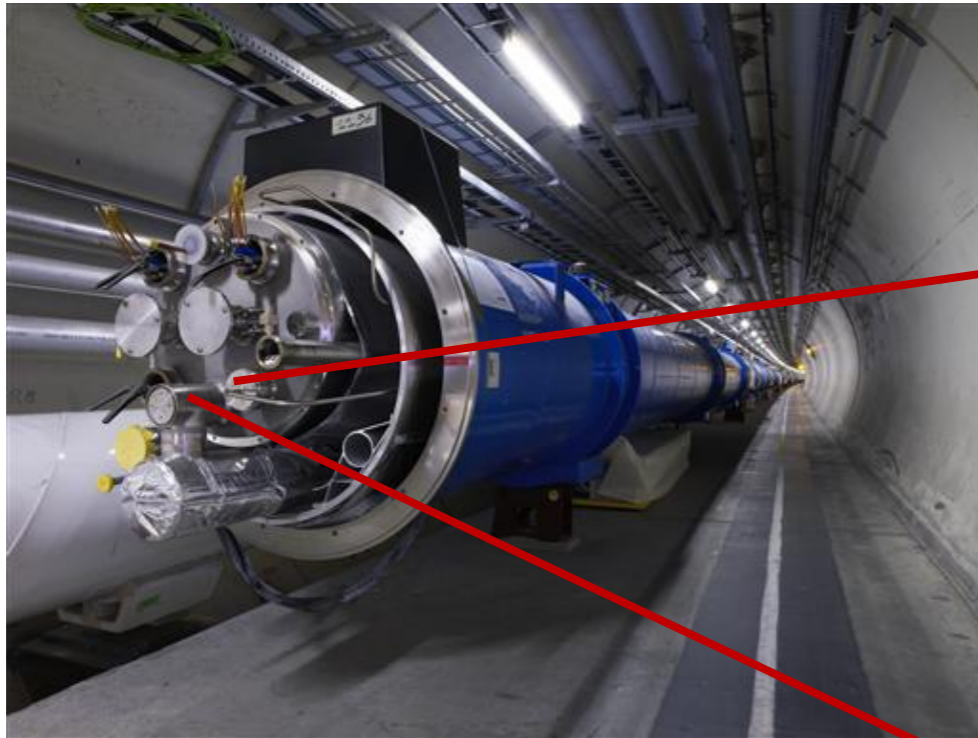


Największy pierścień ma 27 km obwodu, urządzenia zbudowane są w tunelu, na głębokości do 100 metrów.

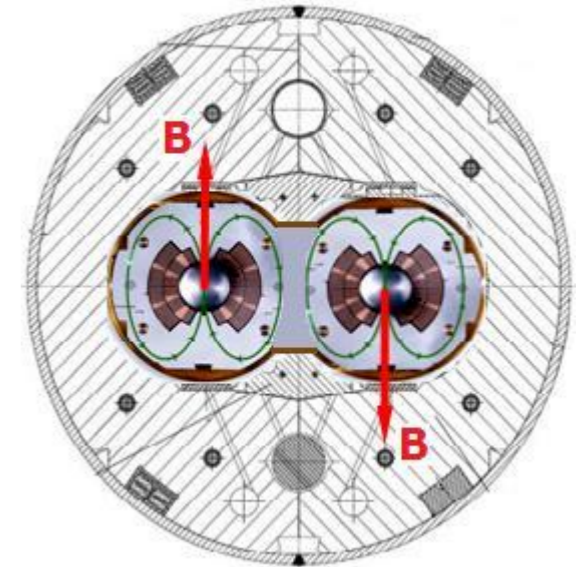
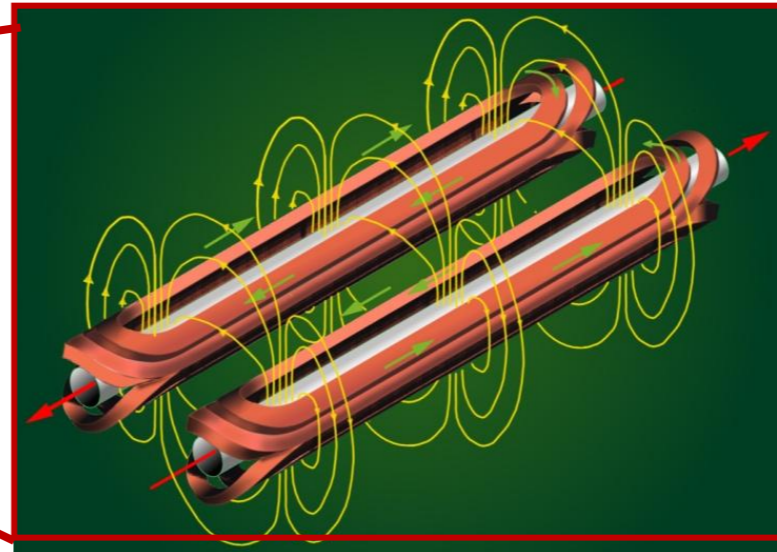
Large Hadron Collider 2010-2030

Do zakrzywienia toru protonów konieczne jest **pole magnetyczne**. Im większy pęd, tym pola musi być większe. Pole magnetyczne wytwarzane jest przez prąd – żeby utrzymać 4 TeV-owe protony na orbicie indukcja pola musi być ponad **8 Tesli**, a natężenie prądu ponad **10 000 Amperów!**

NADPRZEWODZĄCE cewki magnesu



$$E_{max} = e c R B_{max}$$



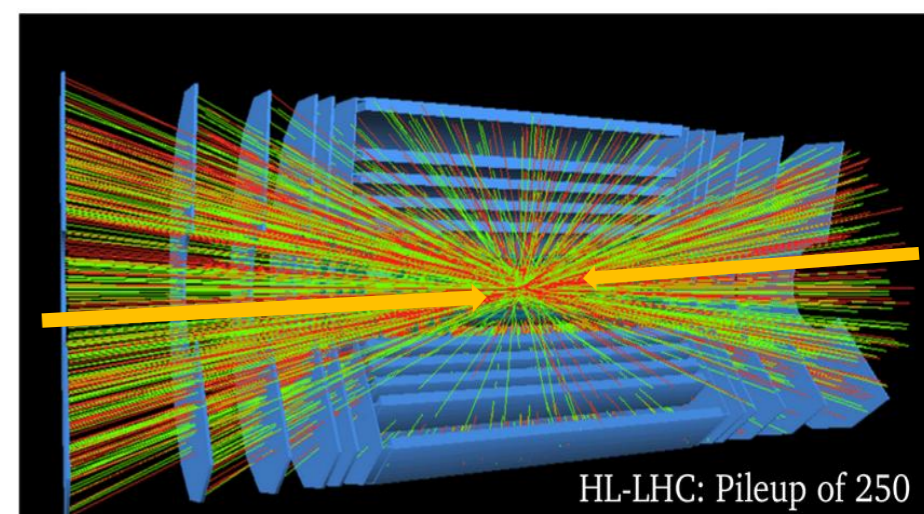
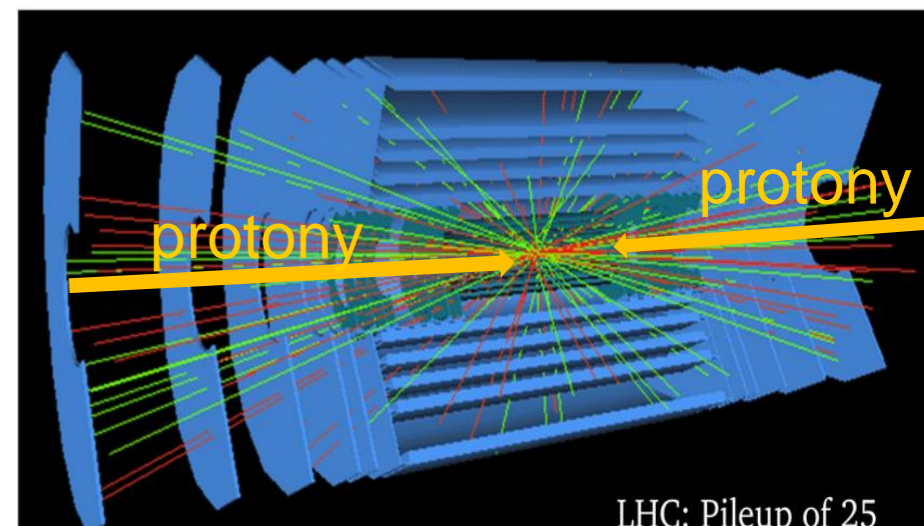
Large Hadron Collider 2023-2030 i dalej

W LHC Run 3 co 25 ns zderzane są wiązki (ok. 10^{11}) protonów.

Jednak czekanie na bardzo rzadkie procesy (jak powstanie cząstki Higgsa) jest zbyt długie i planowane jest zwiększenie efektywności zderzeń.

Najważniejsza modernizacja LHC (2023-2026) polegać będzie na projekcie nowego systemu prowadzenia i zderzania protonów, co **zwiększy liczbę zderzeń o 5-7 razy**.

Zniszczone (?) magnesy będą wymienione na nowe, a detektory zostaną gruntownie przebudowane.





CERN



Europejska Rada Badań Jądrowych^[1] (fr. **Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire**)

Europejska Organizacja Badań Jądrowych
CERN (fr. *Organisation Européenne pour la Recherche Nucléaire*)



Large Hadron Collider 2023-2030 i dalej



Opóźnienie!!

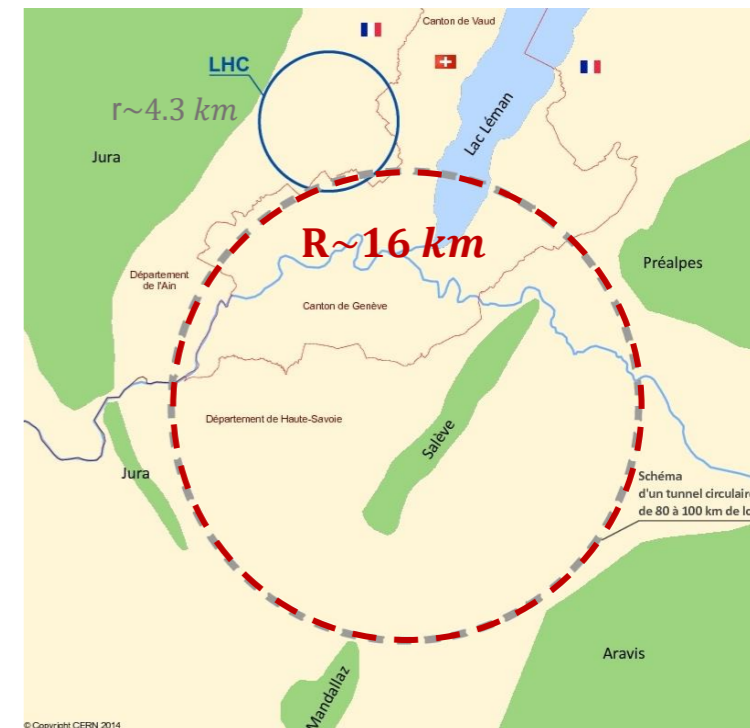
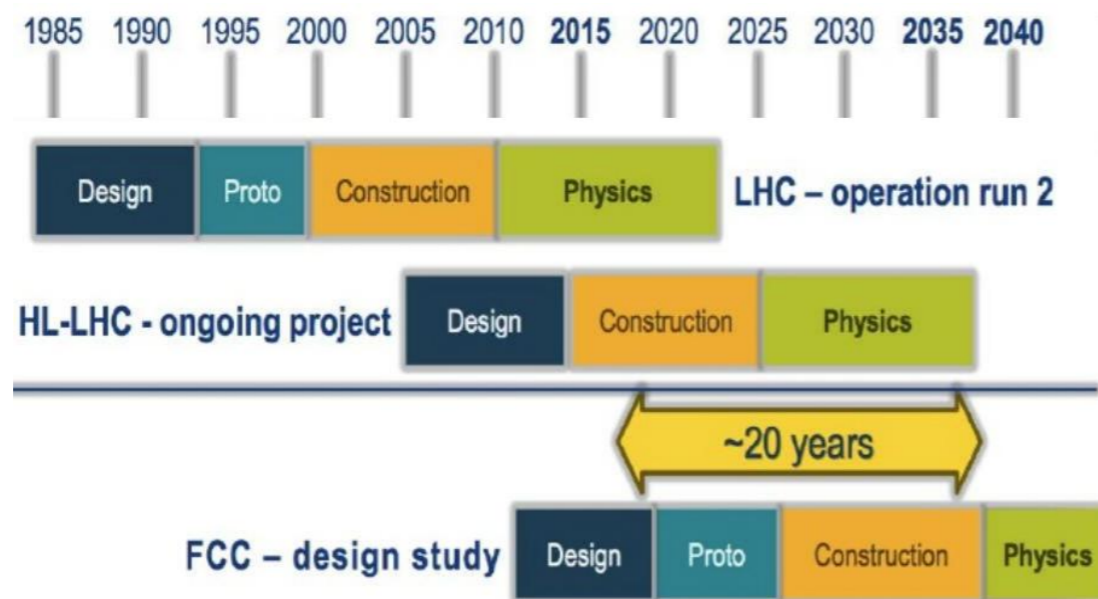


FCC ?

W roku 2019 zatwierdzony został plan konstrukcji nowego akceleratora o długości 100 km o nazwie:

Future Circular Collider (FCC).

Budowa planowana jest na lata 2028-2038 (ciągła zmiana dat).



W pierwszym okresie (2038-2053) przyspieszane i zderzane mają być elektrony.

W drugim: protony (2063-2090).



Oczekuje się, że wiązkę protonów o energii **100 T** utrzyma na orbicie o promieniu 16 km pole magnetyczne o indukcji **16 T**.

FCC !

Future Circular Collider - CERN

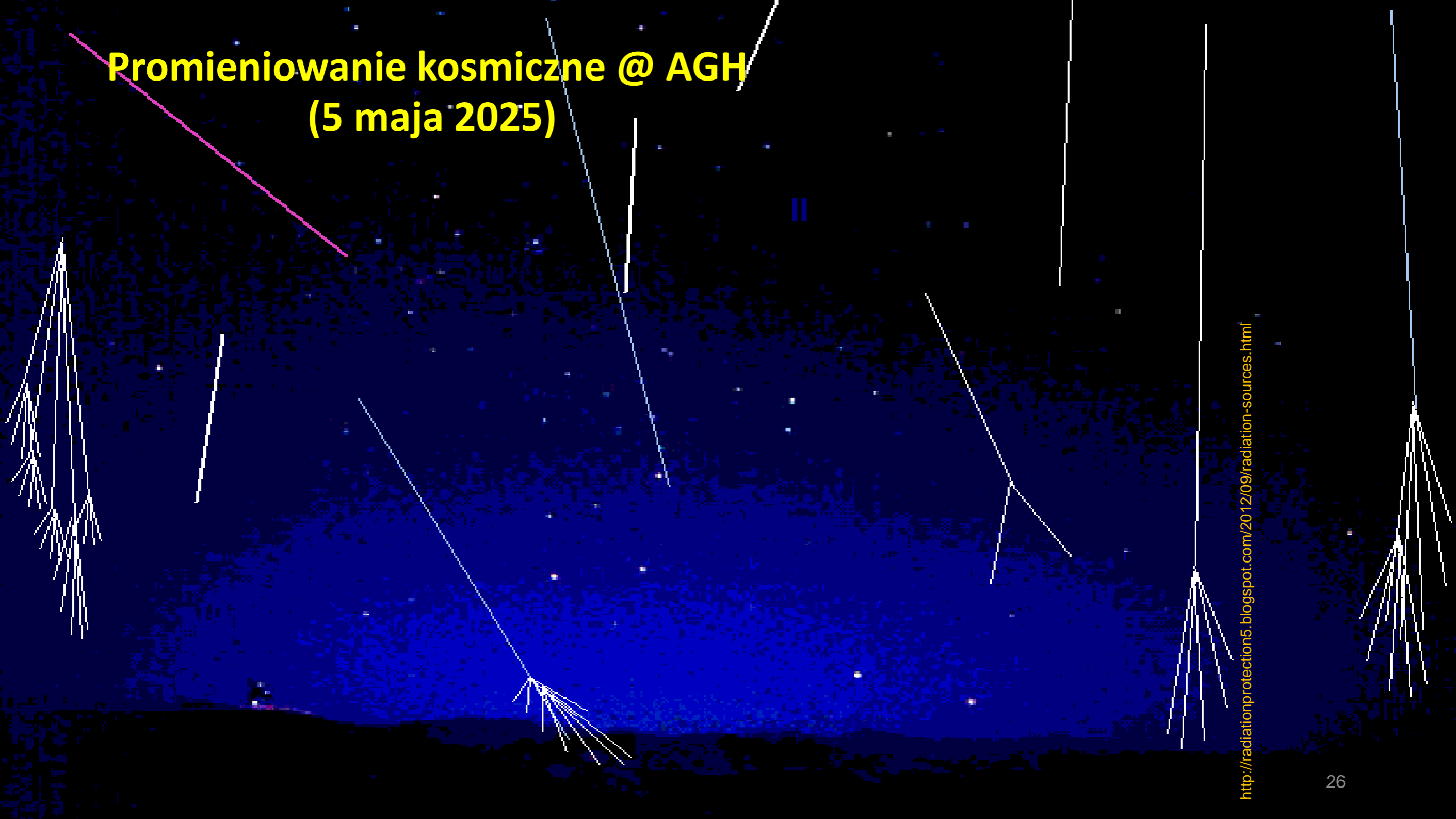


FCC ma stać się kluczem do Nowej Fizyki:

- wyższe energie zbliżają nas coraz bardziej do Wielkiego Wybuchu,
- oczekujemy obserwacji nowych cząstek i zjawisk,
- rozwiązania zagadek neutrin,
- wyjaśnienia składu ciemnej materii,
-

Polska – stawia projekt FCC jako strategiczny dla rozwoju fizyki cząstek

Promieniowanie kosmiczne @ AGH (5 maja 2025)



<http://radiationprotection5.blogspot.com/2012/09/radiation-sources.html>