



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE  
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

# Wstęp do Modelu Standardowego

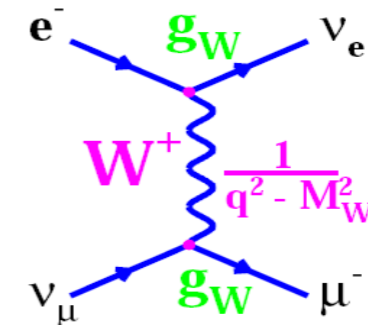
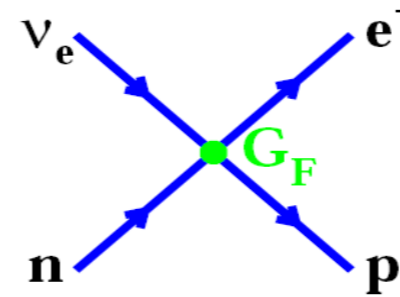
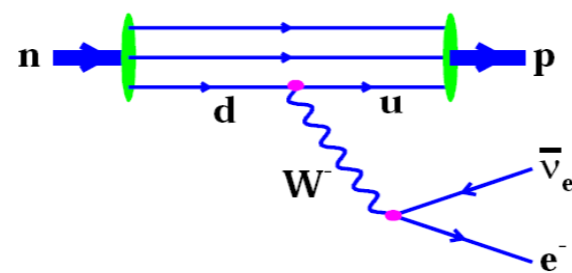
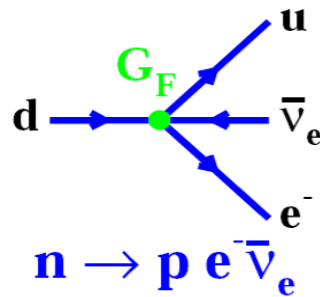
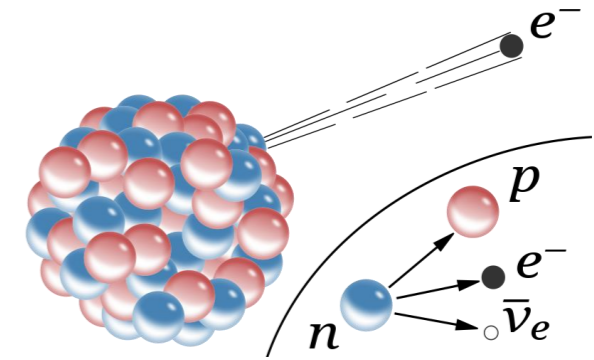
Oscylacje zapachu

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

# Oddziaływania słabe

- Rozpady  $\beta$  zachodzą poprzez oddziaływania słabe:
  - neutron zmienia się w proton i emituje elektron i neutrino
- 1930 – W.Pauli zaproponował hipotezę neutrino (odkryte w 1956)
- Obecnie rozpady  $\beta$  uważane są jako zmianę kwarków  $u \leftrightarrow d$  spowodowaną emisją bozonu  $W^\pm$ :



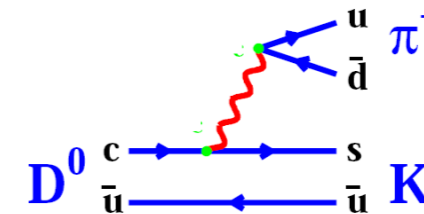
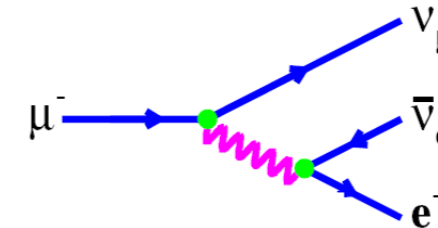
# Oddziaływania słabe

- Procesy słabe można podzielić ze względu na rodzaj oddziałujących cząstek:

- leptonowe:  $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$

- półleptonowe:  $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$   
 $p \rightarrow n e^+ \nu_e$   
 $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

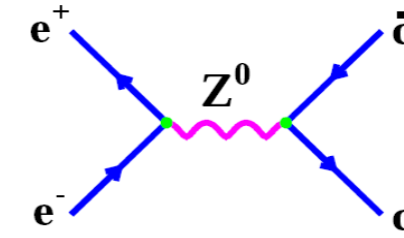
- nieleptonowe:  $\Lambda \rightarrow p \pi^-$   
 $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$   
 $B^0 \rightarrow K^- \pi^+$



- Procesy słabe zachodzą poprzez wymianę:

- bozonu pośredniczącego  $W^\pm$  (prądy naładowane)

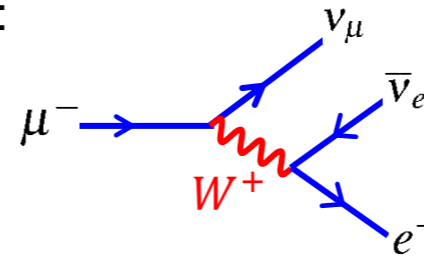
- bozonu pośredniczącego  $Z^0$  (prądy neutralne)



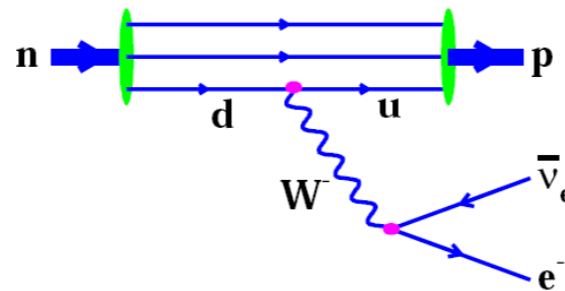
Zajmiemy się tu prądami naładowanymi:

# Rozpady słabe




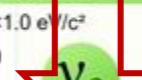
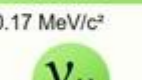
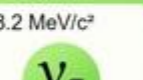
- Zacznijmy od rozpadów leptonowych:





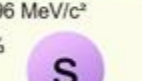



- Widzimy, że za każdym razem, gdy powstaje elektron, powstaje również jego neutrino.
- Rozpady słabe z obecnością kwarków i leptonów (półleptonowe):

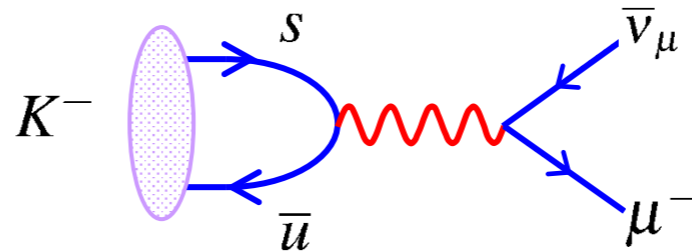
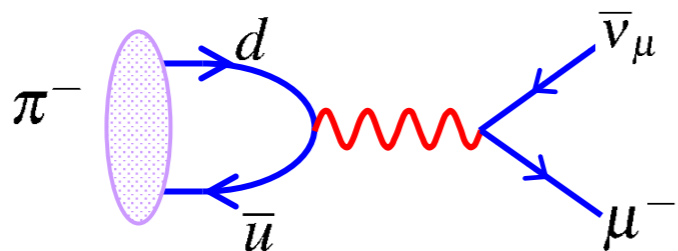


- Widzimy, zmianę zapachu kwarka! Tutaj w obrębie tej samej rodziny (generacji).

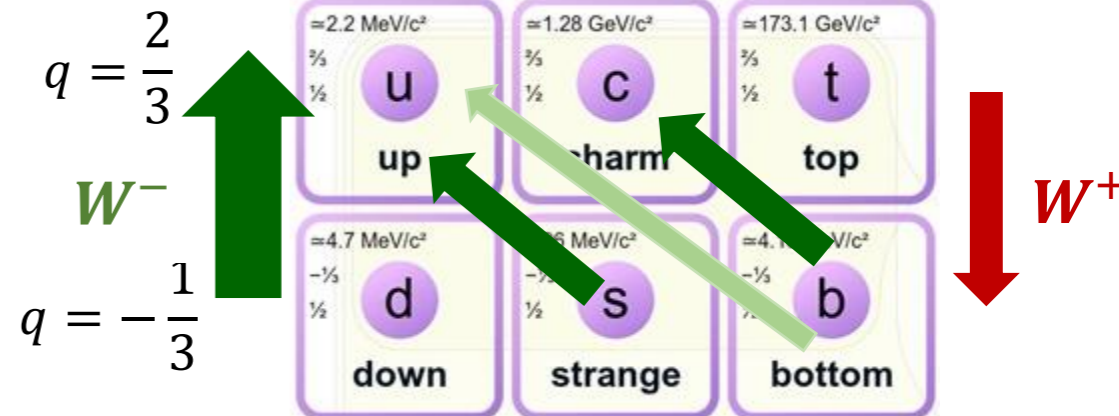
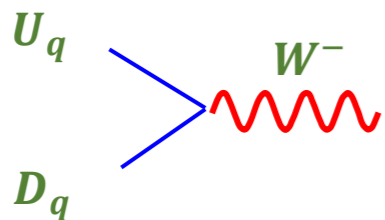
$\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$ $-1$ $\frac{1}{2}$  <b>electron</b>	$\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$ $-1$ $\frac{1}{2}$  <b>muon</b>	$\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$ $-1$ $\frac{1}{2}$  <b>tau</b>
$< 1.0 \text{ eV}/c^2$ $0$ $\frac{1}{2}$  <b>electron neutrino</b>	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$ $0$ $\frac{1}{2}$  <b>muon neutrino</b>	$< 18.2 \text{ MeV}/c^2$ $0$ $\frac{1}{2}$  <b>tau neutrino</b>

$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$  <b>up</b>	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$  <b>charm</b>	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$  <b>top</b>
$\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$ $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$  <b>down</b>	$\approx 96 \text{ MeV}/c^2$ $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$  <b>strange</b>	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$ $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$  <b>bottom</b>

# Rozpady jeszcze bardziej słabe

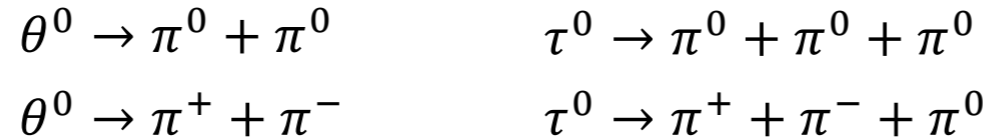


- Czy jest tu różnica w porównaniu z rozpadami  $\beta$ ?
- Okazuje się, że w procesach słabych kwarki zmieniają się (oddziałują) również ze zmianą rodziny.
- Doświadczalnie pokazano, że procesy ze zmianą rodziny są mniej prawdopodobne



## Zagadka $\theta - \tau$

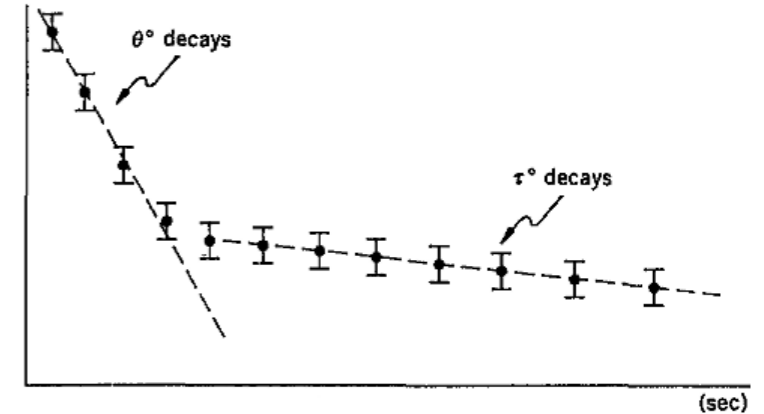
- W 1949 C.F Powell zaobserwował w promieniowaniu kosmicznym piony oraz dwa stany o tych samych masach, ale różnych rozpadach:



- Nazwano je  $\theta^0$ ,  $\tau^0$ , jako dwie osobne cząstki, ponieważ te rozpady prowadzą do stanów o różnej parzystości przestrzennej:

$$\begin{array}{l} P(\pi\pi) = +1 \\ P(\pi\pi\pi) = -1 \end{array}$$

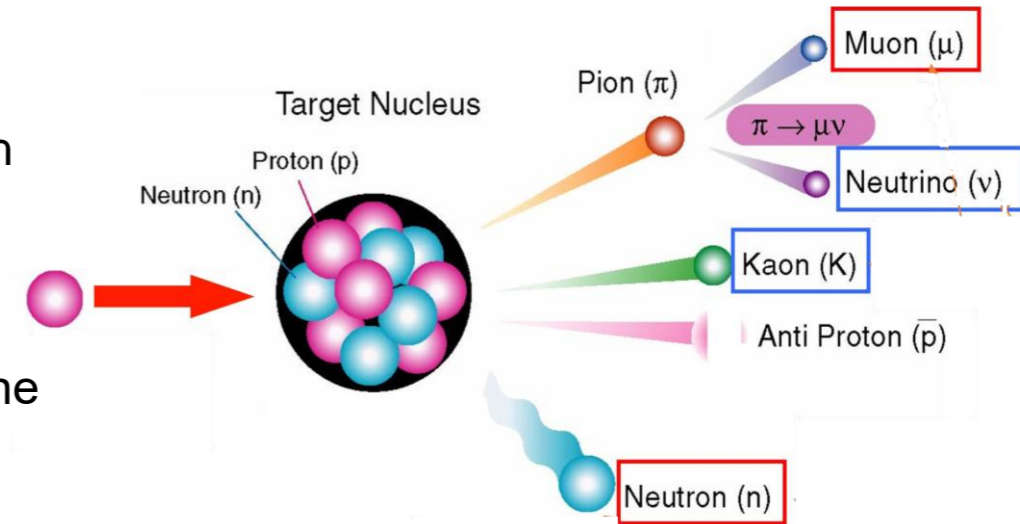
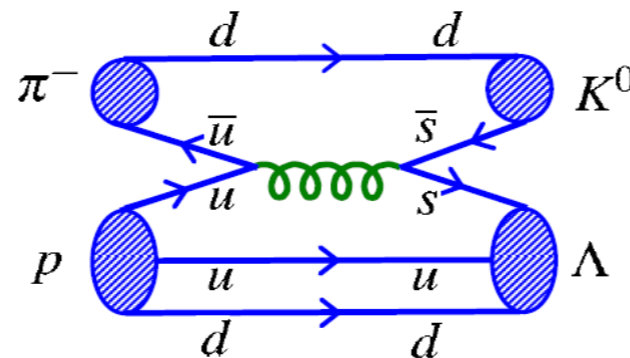
- W 1956 r Lee i Yang zapostulowali, że jest to ta sama cząstka (mezon  $K^0$ ), ale parzystość  $P$  nie jest zachowana w oddziaływaniach słabych.
- Dwa eksperymenty potwierdziły brak symetrii  $P$  i  $C$  w oddziaływaniach słabych:
- C.S. Wu 1957 – rozpad  $^{60}\text{Co}$  w 0.01K w silnym polu magnetyczny ( $P$ )
- Rozpady  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$



ćwiczenia!

# Epicka historia o neutralnych kaonach

- Kaony są mezonami „dziwnymi”, zaobserwowanymi w promieniowaniu kosmicznym (poprzedni slajd) i w zderzeniach pionów z tarczą.
- Neutralne kaony są zatem produkowane w oddziaływaniach silnych, a obserwacja pokazała, że wtedy zawsze produkowane są DWA hadrony dziwne:



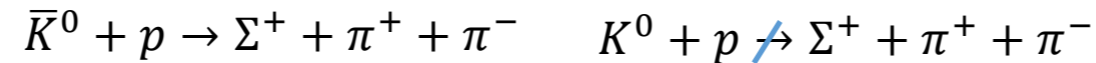
- Pomysł – liczba kwantowa „dziwność” jest zachowana w oddz. silnych, a neutralne kaony są stanami własnymi operatora dziwności:

$$\mathcal{S}|K^0\rangle = +1|K^0\rangle,$$

$$\mathcal{S}|\bar{K}^0\rangle = -1|\bar{K}^0\rangle$$

# Epicka historia o neutralnych kaonach

- Neutralne kaon  $K^0(\bar{s}d)$  jest rozróżnialny od swojej antycząstki  $\bar{K}^0(\bar{d}s)$  w **oddziaływaniach silnych**:



- Neutralne kaony, wyprodukowane w oddz. silnych rozpadają się .... poprzez oddz. słabe...
- Mezony  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  - jak zmierzmy ich czas życia i masę – powinny być takie same (cząstka i antycząstka!)
- Mamy jeszcze naładowane kaony – pełny obraz, to tzw. izospinowe dublety:

$$\begin{array}{c}
 \text{Isospin} \\
 +1 \\
 -1
 \end{array}
 \begin{array}{|l}
 \hline
 \bar{K}^0 \quad (\bar{s}d) \quad K^+ \quad (\bar{s}u) \\
 K^- \quad (s\bar{u}) \quad K^0 \quad (\bar{s}d) \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 J^P = 0^- \\
 -1 \quad +1 \quad \text{“Strangeness”}
 \end{array}$$



# C i P w neutralnych kaonach

$$|K^0\rangle \equiv |\bar{s}d\rangle$$

$$|\bar{K}^0\rangle \equiv |\bar{d}s\rangle$$

- Neutralne kaony są stanami własnymi operatora  $\mathcal{P}$ , ale nie  $\mathcal{C}$  i złożenia  $\mathcal{CP}$  (parzystość kombinowana):

$$\mathcal{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle$$

$$\mathcal{C}|\bar{K}^0\rangle = e^{-i\eta}|K^0\rangle$$

$$\mathcal{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

$$\mathcal{C}|K^0\rangle = e^{i\eta}|\bar{K}^0\rangle \quad \eta = \pi$$

$$\mathcal{CP}|K^0\rangle = -\mathcal{C}|K^0\rangle = +|\bar{K}^0\rangle$$

$$\mathcal{CP}|\bar{K}^0\rangle = -\mathcal{C}|\bar{K}^0\rangle = +|K^0\rangle$$

- Ale ortogonalne kombinacje  $K^0$  i  $\bar{K}^0$ :

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

są eigenstanami operatora  $\mathcal{CP}$ :

$$\mathcal{CP}|K_1^0\rangle = +1$$

$$\mathcal{CP}|K_2^0\rangle = -1$$

$$\mathcal{CP}|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathcal{CP}|K^0\rangle + \mathcal{CP}|\bar{K}^0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(+|\bar{K}^0\rangle + |K^0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) = |K_1^0\rangle$$

możliwa jest konwencja  $\eta = 0$   
 wtedy  $|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$  etc.

# C i P w neutralnych kaonach

- Stany „zapachowe” („flavourove)  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  nie stanami własnymi CP, ale ich kombinacja jest!
- Jakie są tego konsekwencje doświadczalne?

$K_1^0$  powinno się rozpadać do dwóch pionów, jeśli CP jest zachowane w oddz. słabych. Jest to częsty rozpad, obserwowany.

$K_2^0$  powinno się rozpadać do trzech pionów...

- Czy zatem rozwiązana jest zagadka  $\theta - \tau$  ?

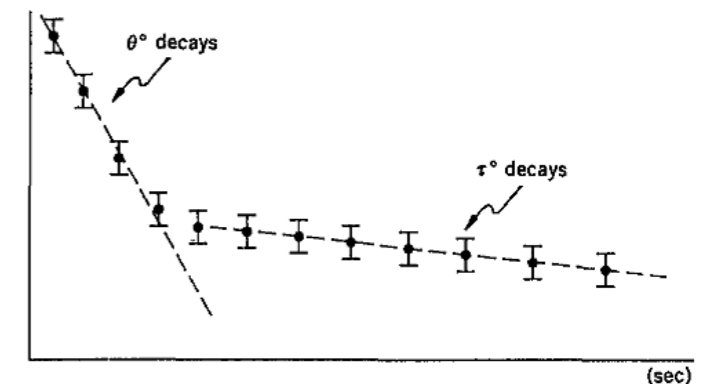
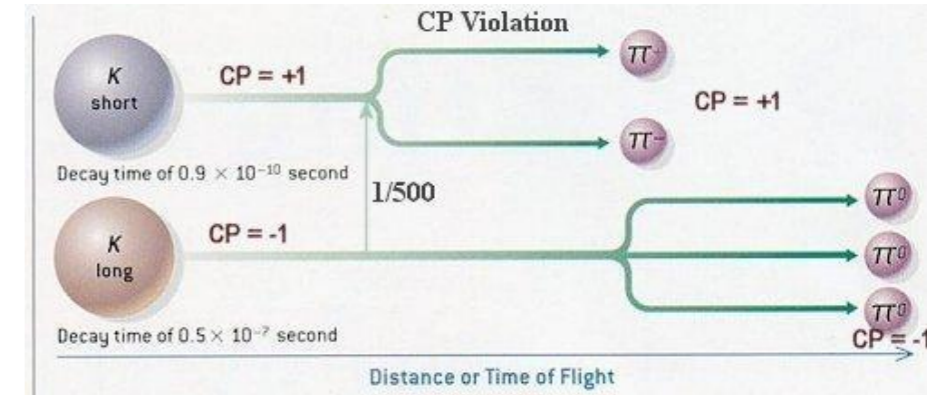
$$\theta^0 \rightarrow K_1^0$$

$$\tau^0 \rightarrow K_2^0$$

- Na tamtą chwilę (1956r) tak:

- rozpad na dwa piony jest częsty, dlatego  $K_1^0$  powinno mieć krótszy czas życia,
- zmierzone:  $\tau_1 \approx 0.9 \times 10^{-10}$  s oraz  $\tau_2 \approx 5.0 \times 10^{-8}$  s .
- zatem  $K_1^0$  nazwano  $K_S^0$ , a  $K_2^0$  to  $K_L^0$  (short i long).
- Stany  $K_1^0$  i  $K_2^0$  to układy będące superpozycją dwóch stanów kwantowych  $K^0$  i  $\bar{K}^0$

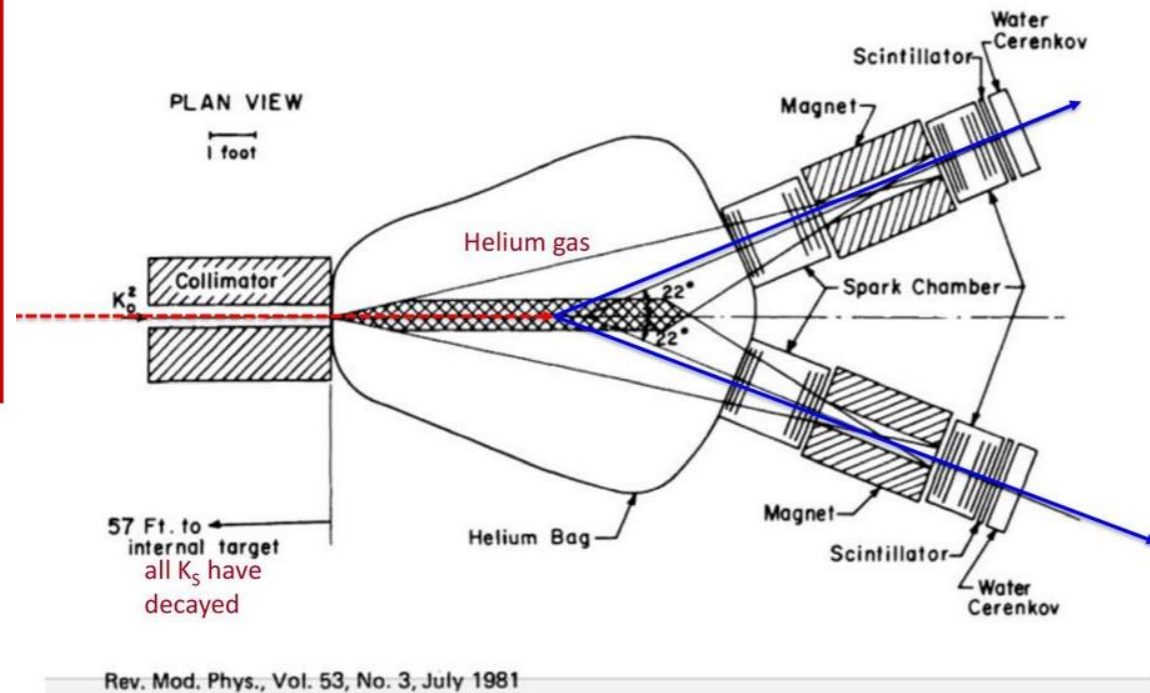
- Sytuacja się zmieniła, gdy zaobserwowano dwupionowy rozpad  $K_L^0$ :



# Łamanie parzystości CP

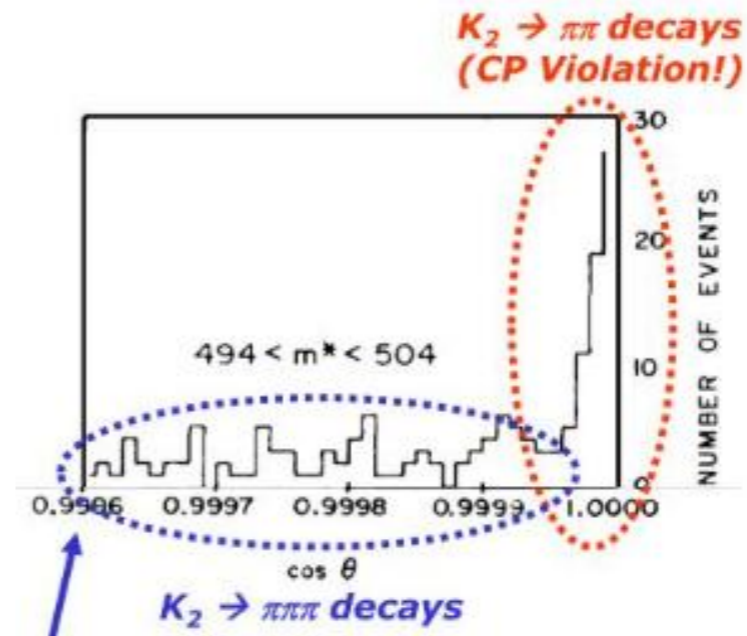
- Jak wyprodukować wiązkę czystych mezonów  $K_L^0$  ?
- Wyprodukować czyste  $K^0$  (jak), poczekać, aż  $K_S^0$  się rozpadnie  $\frac{\tau_2}{\tau_1} \cong 580$

Cronin & Fitch experiment



- Następnie szukać rozpadów na dwa piony – suma pędów w okolicy zero

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 \cong 0$$



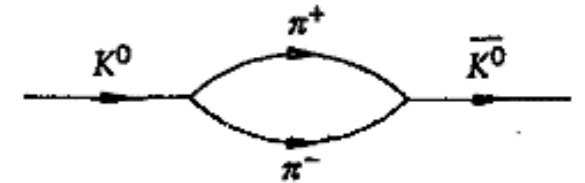
Efekt mierzalny, z pewnością

$$2.3 \times 10^{-3}$$

(skala łamania CP w sektorze słabych rozpadów neutralnych kaonów)

# Oscylacje dziwności

- Niespodziewaną obserwacją stała się „regeneracja”  $K_S^0$  po włożeniu przegrody z materiału w wiązkę  $K_L^0$
- Jak matematycznie opisać zaobserwowane zjawisko?
- Może na wzór oscylacji w mechanice? Nazwiemy je „oscylacją flavouru”

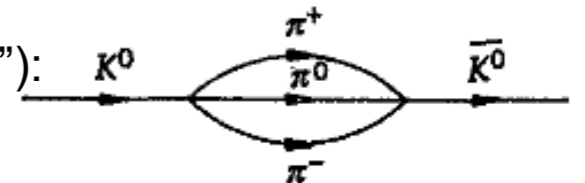


Uwaga:  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  są stanami własnymi silnego hamiltonianu (stany „flavourowe”):

$$\langle K^0 | \bar{K}^0 \rangle = 0 \rightarrow \langle K^0 | H_{Strong} | \bar{K}^0 \rangle = 0$$

$$H_{Strong} | K^0 \rangle = m_{K^0} | K^0 \rangle \quad H_{Strong} | \bar{K}^0 \rangle = m_{\bar{K}^0} | \bar{K}^0 \rangle$$

$$m_{K^0} = m_{\bar{K}^0} \approx 498 \text{ MeV}$$



$K_S^0$  i  $K_L^0$  ( $K_1^0$  i  $K_2^0$ ) są stanami własnymi hamiltonianu słabego.

$$\langle K^0 | H_{Weak} | \bar{K}^0 \rangle \neq 0$$

Ale skoro są kombinacją stanów zapachowych -  $K^0$  i  $\bar{K}^0$  - oscylację zapachu wydają się oczywiste....

# Efektywny Hamiltonian i kwantowe układy dwustanowe

- Zapiszmy dowolny stan układu jako sumę dwóch stanów zapachowych:  $|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle$

- Ewolucja czasowa stanu  $\bar{P}^0$ :  $i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \mathcal{H}_{eff} |\psi(t)\rangle$  Zespolona macierz  $2 \times 2$

Opisuje, co może się stać ze stanem

$$\mathcal{H}_{eff} = \mathcal{M} - \frac{i}{2}\Gamma$$

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2}(\mathcal{H}_{eff} + \mathcal{H}_{eff}^\dagger),$$

$$\Gamma = i(\mathcal{H}_{eff} - \mathcal{H}_{eff}^\dagger)$$

Hermitowskie

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}^\dagger \rightarrow \mathcal{M}_{ij} = \mathcal{M}_{ji}^*$$

$$\Gamma = \Gamma^\dagger \rightarrow \Gamma_{ij} = \Gamma_{ji}^*$$

**Mass matrix**  $\mathcal{M}$  – jej wartości własne opisują masy w układzie CMS. Elementy pozadiagonalne odpowiadają za mieszanie.

**Decay matrix**  $\Gamma$  – wprowadza rozpady stanów, elementy pozadiagonalne – wspólne rozpady, efekty interferencyjne.

# Oscylacje zapachu – dowolne mezony neutralne

- Gdy układ może przyjąć dwa stany:  $P^0$  oraz  $\bar{P}^0$ , to mamy:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} P^0(t) \\ \bar{P}^0(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & H_{12} \\ H_{12}^* & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{P}^0(t) \\ P^0(t) \end{pmatrix}$$

- R. Schrodingera z całkowitym Hamiltonianem dla  $|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle$ :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t)P^0 \\ b(t)\bar{P}^0 \end{pmatrix} = \mathcal{H}_{eff} \begin{pmatrix} a(t)P^0 \\ b(t)\bar{P}^0 \end{pmatrix}$$

s.8:

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & M_{12} \\ M_{12}^* & M \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

cząstka się propaguje z masą  $m$  lub rozpada z pr-twem  $\Gamma$

Zachowanie CPT: masy i szerokości cząstek i antycząstek są takie same, czyli  $H_{11} = H_{22}$

## Oscylacje zapachu

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t)|P^0\rangle \\ b(t)|\bar{P}^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M & M_{12} \\ M_{12}^* & M \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t)|P^0\rangle \\ b(t)|\bar{P}^0\rangle \end{pmatrix}$$

- Gdyby macierz  $\mathcal{H}_{eff}$  była diagonalna – to stany 1 i 2 by się nie mieszały:
 
$$i\hbar \frac{d}{dt} a(t) = H_{11} a(t)$$

$$a(t) = a(t=0)e^{-iH_{11}t}$$

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle$$

$M_{11}$  i  $M_{22}$  to masy stanów stacjonarnych

- Pozadiagonalne elementy  $\mathcal{H}_{eff}$  pozwalają na mieszanie się stanów.
- Diagonalizacja  $\mathcal{H}_{eff}$  - znalezienie wartości własnych i stanów własnych (mass eigenstates).

$$\left. \begin{aligned} |\mathcal{H}_{eff} - \lambda I| &= 0 \\ \left( M - \frac{i}{2}\Gamma \right)^2 &= \left( M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right) \left( M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* \right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \lambda_1 &= m_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1 = \left( M - \frac{\Delta m}{2} \right) - \frac{i}{2} \left( \Gamma - \frac{\Delta\Gamma}{2} \right) \\ \lambda_2 &= m_2 + \frac{i}{2}\Gamma_2 = \left( M - \frac{\Delta m}{2} \right) - \frac{i}{2} \left( \Gamma + \frac{\Delta\Gamma}{2} \right) \end{aligned}$$

- Oznaczenia:

$$\Delta m = m_1 - m_2 \quad \Delta\Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2$$

$$m_{1,2} = M \pm \frac{\Delta m}{2} \quad \Gamma_{1,2} = \Gamma \pm \frac{\Delta\Gamma}{2}$$

- Stany masowe ewoluują w czasie:

# Ewolucja czasowa neutralnych mezonów- ogólnie

- Formalizm oddz. słabych przede wszystkim poszukuje łamania lub zachowania parzystości kombinowanej CP.
- Rozważamy zatem stany, które są najprostszą kombinacją stanów własnych operatora CP (p. kaons story):

$$|P_1\rangle = p|P^0\rangle + q|\bar{P}^0\rangle$$

$$|P_2\rangle = p|P^0\rangle - q|\bar{P}^0\rangle$$

$p$  i  $q$  to zespolone liczby, takie, że:  $|p|^2 + |q|^2 = 1$   
 (dla  $K_1^0$  i  $K_2^0$ :  $p = q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ )

- Rozwiązując r. Schrodingera mamy:

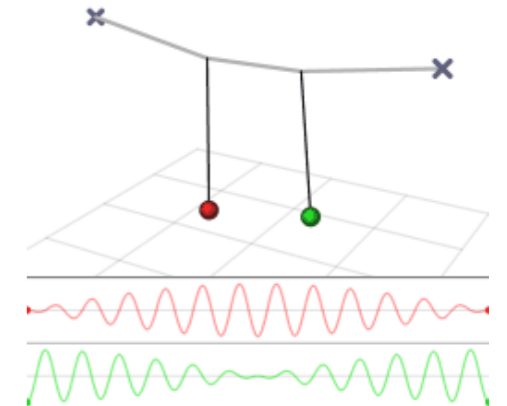
$$|P_1(t)\rangle = |P_1\rangle e^{-i(m_1 - \frac{i\Gamma_1}{2})t}$$

$$|P_2(t)\rangle = |P_2\rangle e^{-i(m_2 - \frac{i\Gamma_2}{2})t}$$

i możemy wyliczyć prawdopodobieństwo, że pierwotny mezon  $P^0$  albo zmieni się na  $\bar{P}^0$  albo rozpadnie

$$P(P^0 \rightarrow P^0; t) = |\langle P^0 | P^0(t) \rangle|^2$$

$$P(P^0 \rightarrow \bar{P}^0; t) = |\langle \bar{P}^0 | P^0(t) \rangle|^2$$





# Ewolucja czasowa neutralnych mezonów - rozwiązanie

- Ewolucja czasowa stanów **słabych** jest kombinacją stanów **zapachowych**:

$$\begin{aligned}
 |P^0(t)\rangle &= f_+(t)|P^0\rangle + \frac{q}{p}f_-(t)|\bar{P}^0\rangle \\
 |\bar{P}^0(t)\rangle &= f_+(t)|\bar{P}^0\rangle + \frac{p}{q}f_-(t)|P^0\rangle
 \end{aligned}$$

$$f_{\pm}(t) \equiv \frac{1}{2} \left[ e^{-i(m_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1)t} \pm e^{-i(m_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2)t} \right]$$

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2}$$

$$|f_{\pm}(t)|^2 = \frac{1}{4} \left[ e^{-i\Gamma_1 t} + e^{-i\Gamma_2 t} \pm 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta mt) \right]$$

Czynnik interferencyjny

Ewolucja czasowa stanu słabego – prawdopodobieństwo, że wyprodukowany mezon w stanie zapachowym  $P^0$  po pewnym czasie  $t$  obserwowany zostanie jako  $P^0$  lub zmieni zapach (oscyluje) na  $\bar{P}^0$

$$\begin{aligned}
 P(P^0 \rightarrow P^0; t) &= |\langle P^0 | P^0(t) \rangle|^2 = |f_+(t)|^2 \\
 P(P^0 \rightarrow \bar{P}^0; t) &= |\langle \bar{P}^0 | P^0(t) \rangle|^2 = \left| \frac{q}{p} f_-(t) \right|^2
 \end{aligned}$$

Od czego zależą parametry oscylacji?

# Ewolucja czasowa mezonów $K^0$ (bez CPV)

- Mezon  $K^0$  może się rozpaść na dowolne stany (zas.zach) wg prawa rozpadu lub propagować w czasie:

$$|K^0(t)\rangle = |K^0\rangle e^{-\frac{\Gamma t}{2}} e^{-imt}$$

ewolucja czasowa stabilnej cząstki o masie  $m, mc^2 = E$

- R.Sch. zapiszemy zatem w postaci:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |K^0(t)\rangle = \underbrace{\left( m - \frac{i}{2} \Gamma \right)}_H |K^0(t)\rangle$$

całkowita szerokość, którą można interpretować, jako prawdopodobieństwo, że po czasie  $t$  znajdziemy mezon  $K^0$  :

$$|\langle K^0(t) | K^0 \rangle|^2 = e^{-\Gamma t}$$

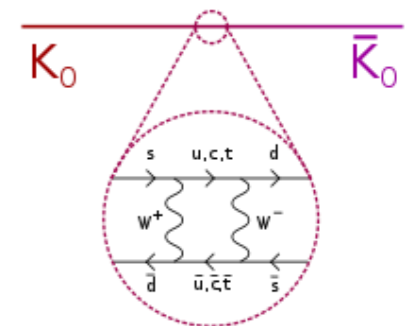
- Ale po czasie  $t$ , pierwotny mezon  $K^0$  może zmienić się na  $\bar{K}^0$  po zadziałaniu  $H$  (jakiego?):

$$|K^0(t)\rangle = e^{-iHt} |K^0(t=0)\rangle = e^{-iHt} \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle) =$$



$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \underbrace{e^{-i(m_1 - \frac{i\Gamma_1}{2})t}}_{\theta_1(t)} |K_1^0\rangle + \underbrace{e^{-i(m_2 - \frac{i\Gamma_2}{2})t}}_{\theta_2(t)} |K_2^0\rangle \right] = \dots = \dots = \dots$$

wyprodukowany został stan zapachowy  $K^0$ , ale obserwujemy stany  $K_1^0$  i  $K_2^0$ , które się rozpadają słabo (ale z zachowaniem CP – na razie!)



$$m_1 \equiv m_S$$

$$m_2 \equiv m_L$$

# Ewolucja czasowa mezonów $K^0$ (bez CPV)

- Wyliczmy pr-two, że znajdziemy  $K^0$  po czasie  $t$ :

$$P(K^0, t) = |\langle K^0 | K^0(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} \left| e^{-\frac{i}{\hbar}(m_S - \frac{i}{2}\Gamma_S)t} + e^{-\frac{i}{\hbar}(m_L - \frac{i}{2}\Gamma_L)t} \right|^2$$

$$= \frac{1}{4} \left( e^{-\frac{\Gamma_S t}{\hbar}} + e^{-\frac{\Gamma_L t}{\hbar}} + e^{-\frac{1}{2\hbar}(\Gamma_S + \Gamma_L)t} \times 2 \cos(m_L - m_S) \frac{t}{\hbar} \right)$$

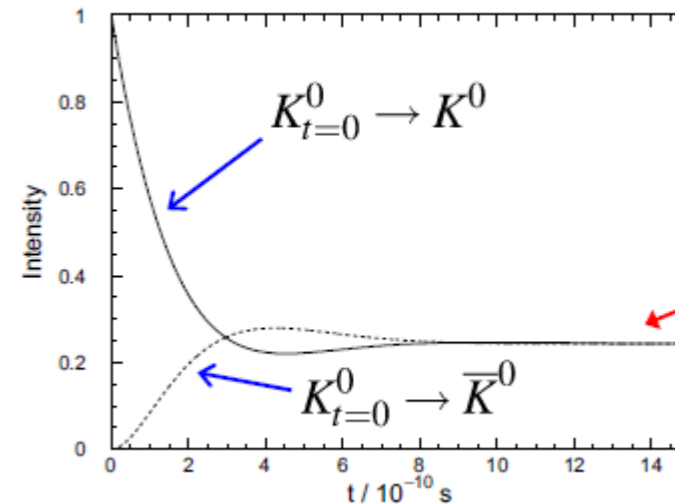
$$= \frac{1}{4} e^{-\frac{t}{\tau_S}} + \frac{1}{4} e^{-\frac{t}{\tau_L}} + \frac{1}{2} e^{-\left(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_S}\right)t} \cos \frac{\Delta m t}{\hbar}$$

- Analogicznie dla  $\bar{K}^0$ :

$$P(\bar{K}^0, t) = |\langle \bar{K}^0 | K^0(t) \rangle|^2$$

$$= \left[ \frac{1}{4} e^{-\frac{t}{\tau_S}} + \frac{1}{4} e^{-\frac{t}{\tau_L}} - \frac{1}{2} e^{-\left(\frac{1}{\tau_S} + \frac{1}{\tau_S}\right)t} \cos \frac{\Delta m t}{\hbar} \right]$$

Częstość oscylacji zależy od niezerowej różnicy mas pomiędzy dwoma stanami „słabymi”



po kilku czasach rozpadu  $K_S^0$  pozostaje  $K_L^0$ , czyli 50%  $K^0$ , 50%  $\bar{K}^0$

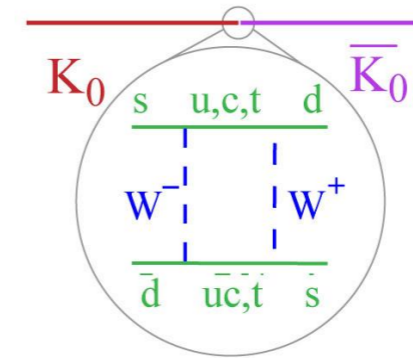
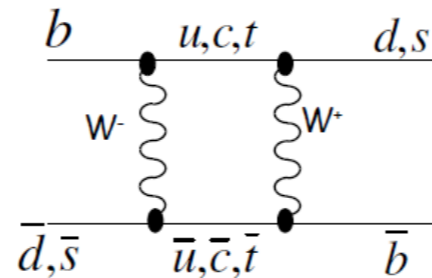
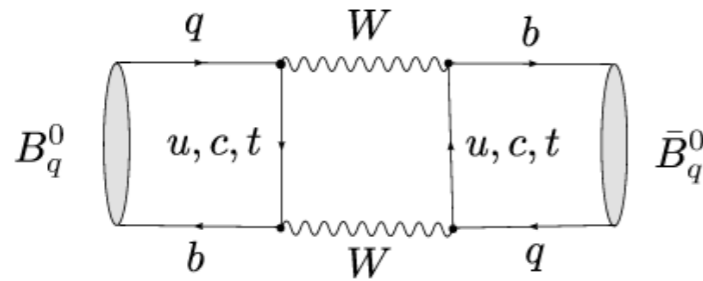
$$\tau(K_S) = 0.9 \times 10^{-10} \text{ s}$$

$$\tau(K_L) = 0.5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

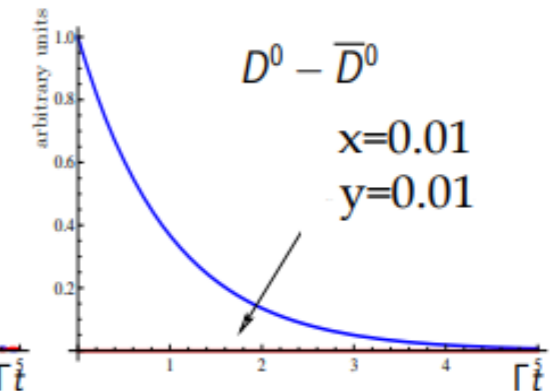
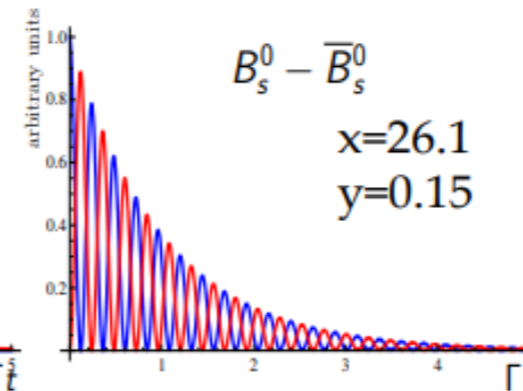
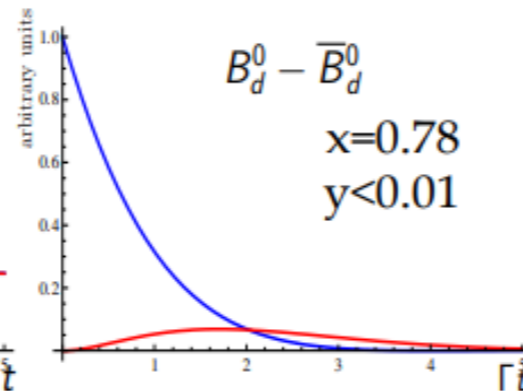
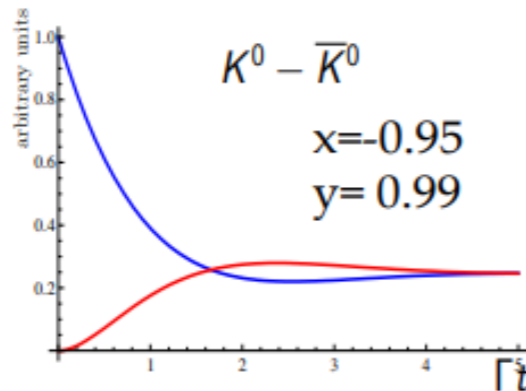
$$\Delta m = (3.506 \pm 0.006) \times 10^{-15} \text{ GeV}$$

# Oscylacje neutralnych mezonów

- Słabe oddziaływania umożliwiają zmianę zapachu, czyli przejścia od materii do antymaterii
- Następnym krokiem jest znalezienie diagramów Feynmana i przejść pomiędzy kwarkami, dzięki którym taka zmiana jest możliwa



	$d$	$s$	$b$
$\bar{d}$	$\times$	$K^0$	$B^0$
$\bar{s}$	$\overline{K^0}$	$\times$	$B_s$
$\bar{b}$	$\overline{B^0}$	$\overline{B_s}$	$\times$
	$u$	$c$	$t$
$\bar{u}$	$\times$	$D^0$	$\diamond$
$\bar{c}$	$\overline{D^0}$	$\times$	$\diamond$
$\bar{t}$	$\diamond$	$\diamond$	$\times$



# Mieszanie układów mezonów $B^0$ i $B_s^0$

1. The weak B-meson states are a combination of flavour states:

$$|B_L\rangle = p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle \quad |B_H\rangle = p|B^0\rangle - q|\bar{B}^0\rangle$$

2. In terms of the CKM elements  $q/p$  is given by:

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{tb}V_{td}^*} = e^{-i2\beta}$$

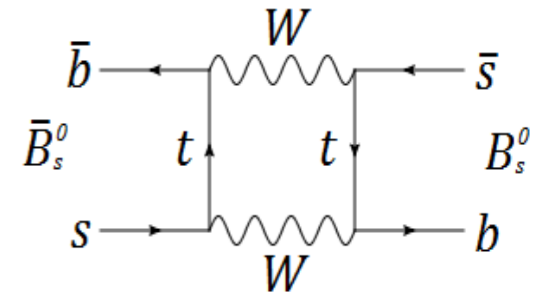
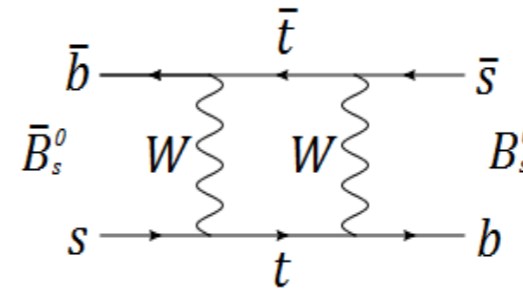
here  $d$  is replaced by  $s$  in case of  $B_s^0$

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{ts}V_{tb}^*}{V_{tb}V_{ts}^*} = e^{-i2\beta_s}$$

so now the physical states are written as:

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [ |B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\bar{B}^0\rangle ]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [ |B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\bar{B}^0\rangle ]$$



## Mieszanie układów mezonów $B^0$ i $B_S^0$

1. The physical states are written as:

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [ |B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle ]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [ |B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle ]$$

the eigenstates of the effective Hamiltonian  $|B_{L,H}\rangle$ , with definite mass and lifetime, are mixtures of the flavour eigenstates  $|B^0\rangle$  and  $|\overline{B^0}\rangle$

and  $\beta$  is also called the  **$B^0$  mixing phase**

3. The states  $B_L$  and  $B_H$  are lighter and heavier state, with almost identical lifetimes:  $\Gamma_L = \Gamma_H \equiv \Gamma$

4. The mass difference  $\Delta m$  between them is greater than in kaons.

## Mieszanie układów mezonów $B^0$ i $B_S^0$

5. If we write the flavour states as a combination of weak states:

$$|B^0\rangle = 1/\sqrt{2} [|B_L\rangle + |B_H\rangle]$$

then the wavefunction evolves according to the time dependence of physical states:

$$|B(t)\rangle = 1/\sqrt{2} \{a(t)|B_L\rangle + b(t)|B_H\rangle\}$$

where time dependence of coefficients is:

$$a(t) = e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\Gamma)t} \quad b(t) = e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\Gamma)t}$$

Now substitute  $a(t)$  and  $b(t)$  and  $|B_{L,H}\rangle$  into time-dependent wave function.

Do not forget to express mass states as a combination of flavour states....

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

# Mieszanie układów mezonów $B^0$ i $B_S^0$

6. Now substitute  $a(t)$  and  $b(t)$  and  $|B_{L,H}\rangle$  into time-dependent wave function:

$$|B(t)\rangle = 1/\sqrt{2}\{a(t)|B_L\rangle + b(t)|B_H\rangle\}$$

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [ |B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle ]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [ |B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle ]$$

$$a(t) = e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\Gamma)t} \quad b(t) = e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\Gamma)t}$$

... and calculate the probabilities of the state to stay as a  $|B^0\rangle$

$$P(B^0(t=0) \rightarrow B^0; t) = |\langle B^0(t) | B^0 \rangle|^2 = \dots = e^{-\Gamma t} \cos^2\left(\frac{\Delta m}{2} t\right)$$

7. The same calculation can be done for  $B_S^0$

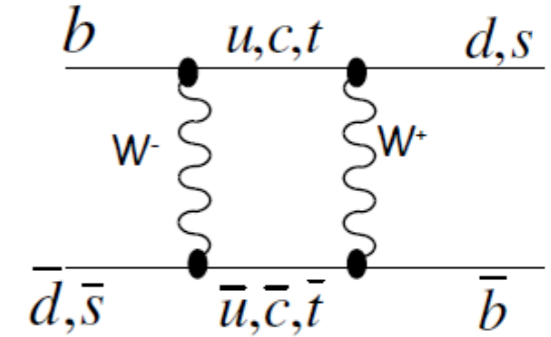
*try to do it!*



# Mieszanie układów mezonów $B^0$ i $B_S^0$ ?

- Oscylować mogą neutrane mezony, jak:  $\begin{pmatrix} B^0 = d\bar{b} \\ \bar{B}^0 = \bar{d}b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} B_S^0 = s\bar{b} \\ \bar{B}_S^0 = \bar{d}s \end{pmatrix}$
- Najczęściej wymieniany jest najcięższy kwark, czyli t.

$$A \propto \sum \text{all pair of quarks } A_{bi}A_{jb}^*$$



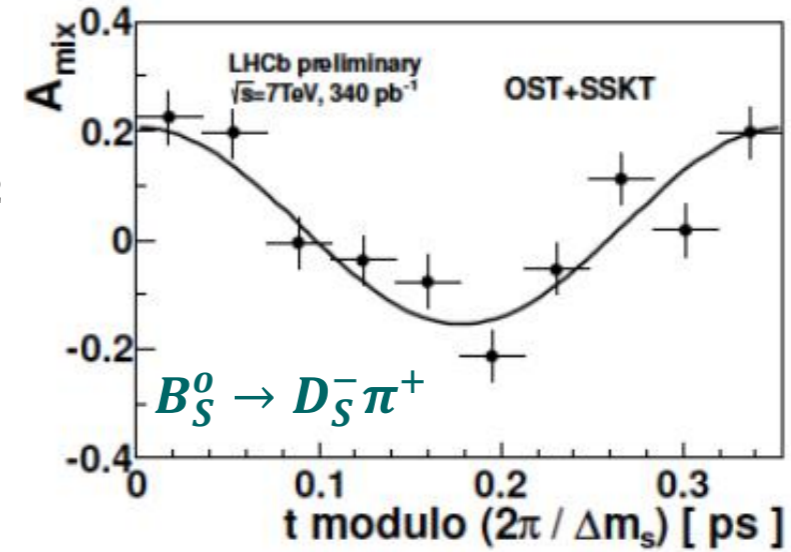
Doświadczalnie:	$B^0 = d\bar{b} \quad \bar{B}^0 = \bar{d}b$	$B_S^0 = s\bar{b} \quad \bar{B}_S^0 = \bar{d}s$
Parametry oscylacji	$x_d = \frac{\Delta m_d}{\Gamma_d} \approx 0.72$	$x_s = \frac{\Delta m_s}{\Gamma_s} \approx 24$
Różnica mas (duża)	$\Delta m_d \approx 3.3 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}$ $\approx 0.5 \text{ ps}^{-1}$	$\Delta m_s \approx 17.8 \text{ ps}^{-1}$
Różnica czasów życia (mała)	$x_d = \frac{\Delta \Gamma_d}{\Gamma_d} \approx 5 \cdot 10^{-3}$	$x_d = \frac{\Delta \Gamma_s}{\Gamma_s} \approx 0.1$
$\frac{q}{p}$ - czuły na CPV	$\frac{q}{p} = \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{tb}V_{td}^*} \sim \beta$	$\frac{q}{p} = \frac{V_{ts}V_{tb}^*}{V_{tb}V_{ts}^*} \sim \beta_s$

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^*}{M_{12}}}$$

# Jak znaleźć CPV?

LHCb:  $\Delta m_S = 17.768 \pm 0.023 \text{ ps}^{-1}$

$$\Gamma(B \rightarrow J/\psi K_S) = \left| A e^{-imt - \Gamma t} \left( \cos \frac{\Delta m t}{2} + e^{-i\phi} \sin \frac{\Delta m t}{2} \right) \right|^2$$



$$A_{CP}(t) = \frac{\Gamma\{B \rightarrow J/\psi K_S\} - \Gamma\{\bar{B} \rightarrow J/\psi K_S\}}{\Gamma\{B \rightarrow J/\psi K_S\} + \Gamma\{\bar{B} \rightarrow J/\psi K_S\}} = -\sin 2\beta \sin \Delta m t$$