

Wstęp do Modelu Standardowego

Multiplety hadronowe

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

Model Standardowy na obrazkach (pierwszy wykład)

Standard Model of Elementary Particles

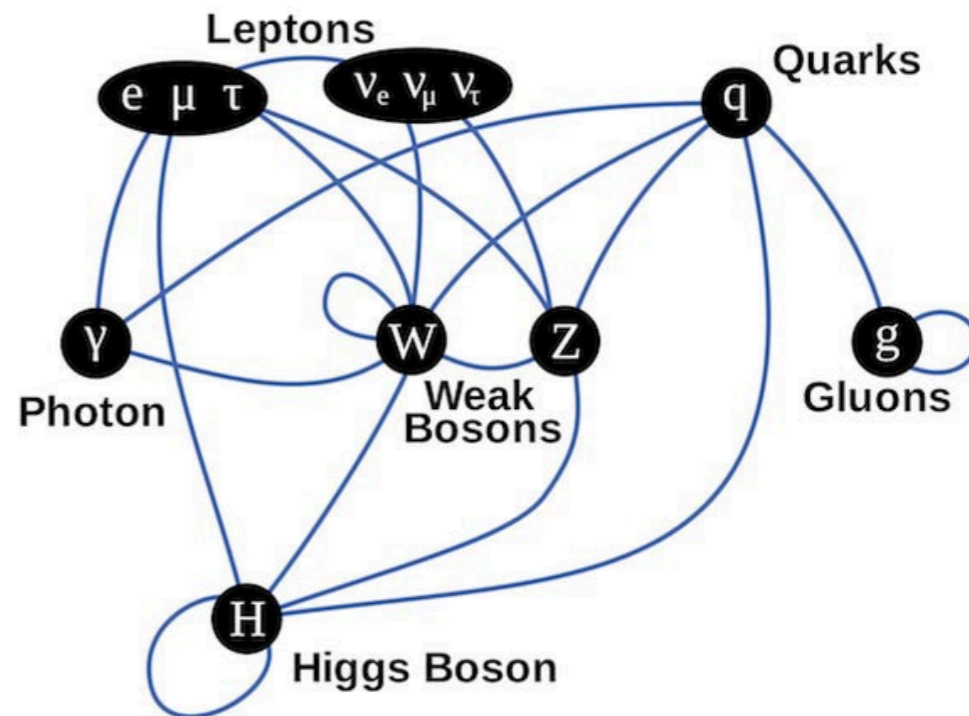
	three generations of matter (fermions)			interactions / force carriers (bosons)	
	I	II	III		
mass	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
charge	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
	u up	c charm	t top	g gluon	H higgs
	d down	s strange	b bottom	γ photon	
	e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	

QUARKS (left side of the table)

LEPTONS (left side of the table)

GAUGE BOSONS VECTOR BOSONS (bottom of the table)

SCALAR BOSONS (right side of the table)



Model Standardowy ma już 50 lat!

Jak z kwarków zbudować hadrony

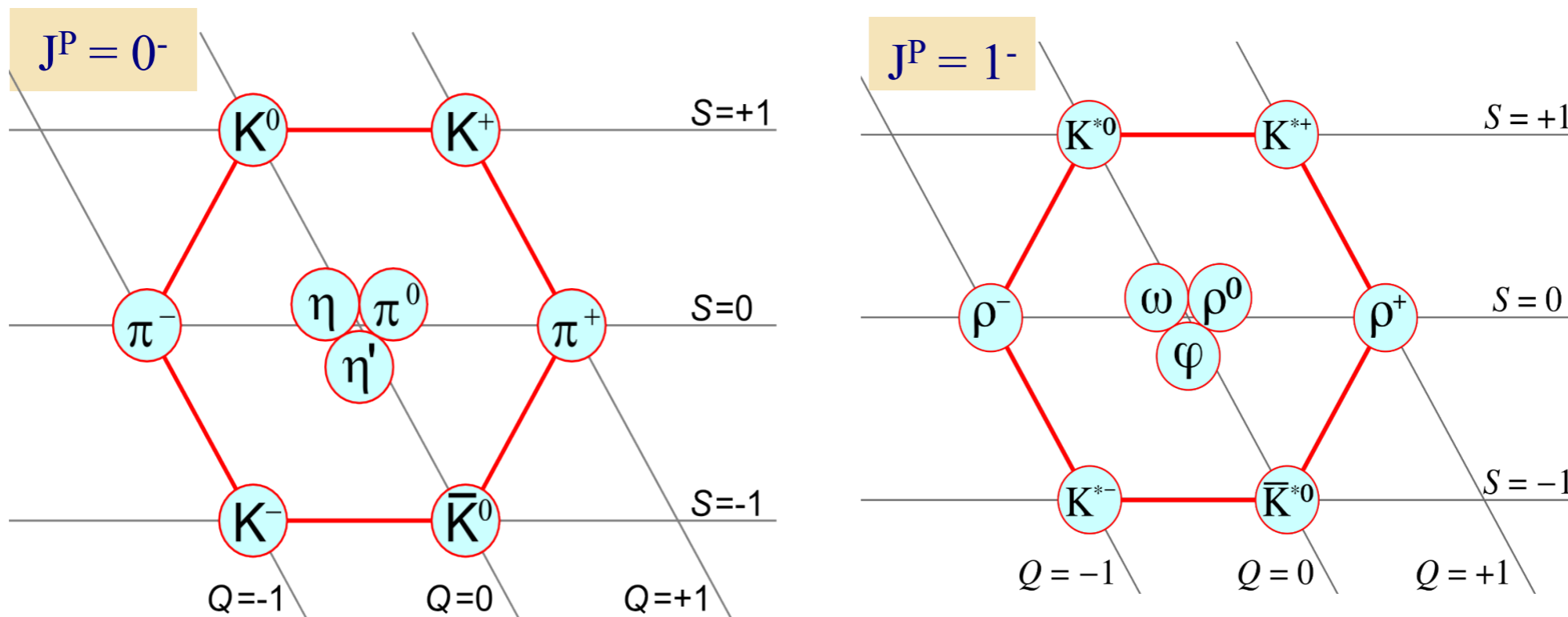
- W latach 30-tych znane były: p, n, e , potem miony i piony oraz neutrina.
- Odkrycie cząstek, które powstały w oddz. silnych, ale żyły zbyt długo ($10^{-8} - 10^{-9}s$ - czas charakterystyczny dla rozpadów słabych), np: $\pi p \rightarrow K^0 \Lambda$ doprowadziło do hipotezy istnienia kwarka nowego rodzaju: dziwnego s i odkrycia wielu nowych stanów.
- Pojawiła się potrzeba ich klasyfikacji. Z trzech kwarków (u, d, s - grupa $SU(3)$) można zbudować (w stanie podstawowym) 9 mezonów i 27 barionów:

$$q = \begin{cases} u & \text{mezony} & 3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \\ d & \\ s & \text{bariony} & 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 10 \end{cases}$$

- W połowie lat 60 obserwowana symetria w świecie znanych cząstek doprowadziła Gell-Manna i Zweig'a do hipotezy istnienia kwarków.
- Schemat ułożenia znanych hadronów w „multiplety” opisany jest przez Kwarkowy Model hadronów.
- Kwarki uważane były za obiekty czysto matematyczne, a ich funkcja falowa musiała odzwierciedlać własności hadronów i zasady zachowania, jakim podlegają.
- W Modelu Kwarkowym opisujemy hadrony składające się z trzech najbliższych kwarków u, d i s .
- Na początek zakłada się, że kwarki poruszają się z prędkościami **nierelatywistycznymi**

Mezony

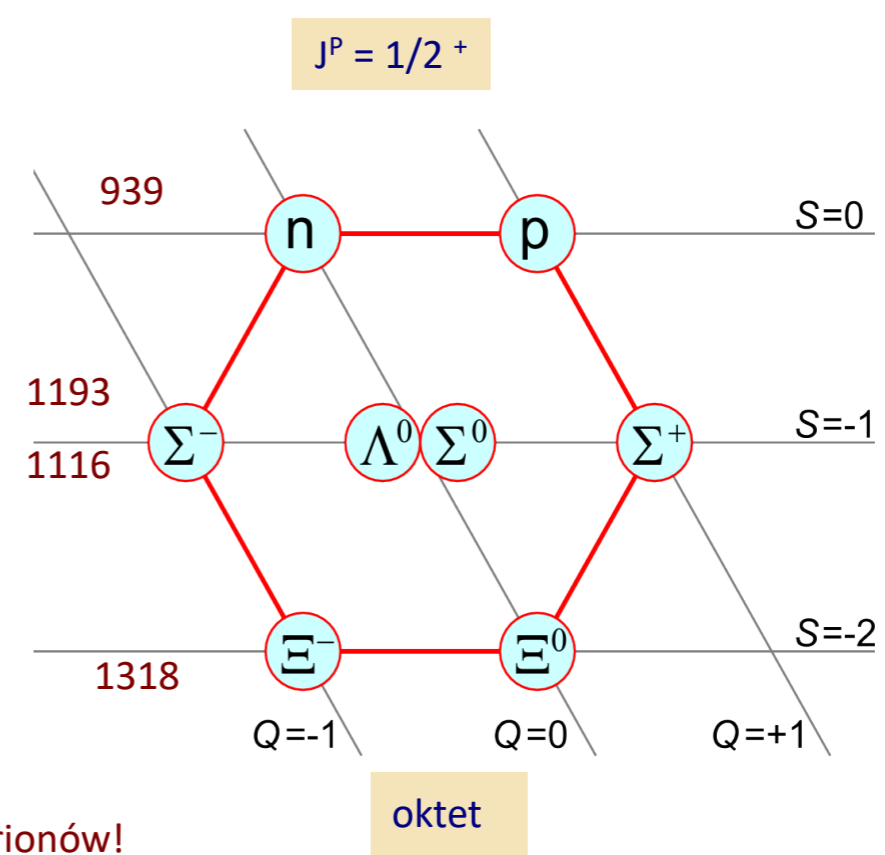
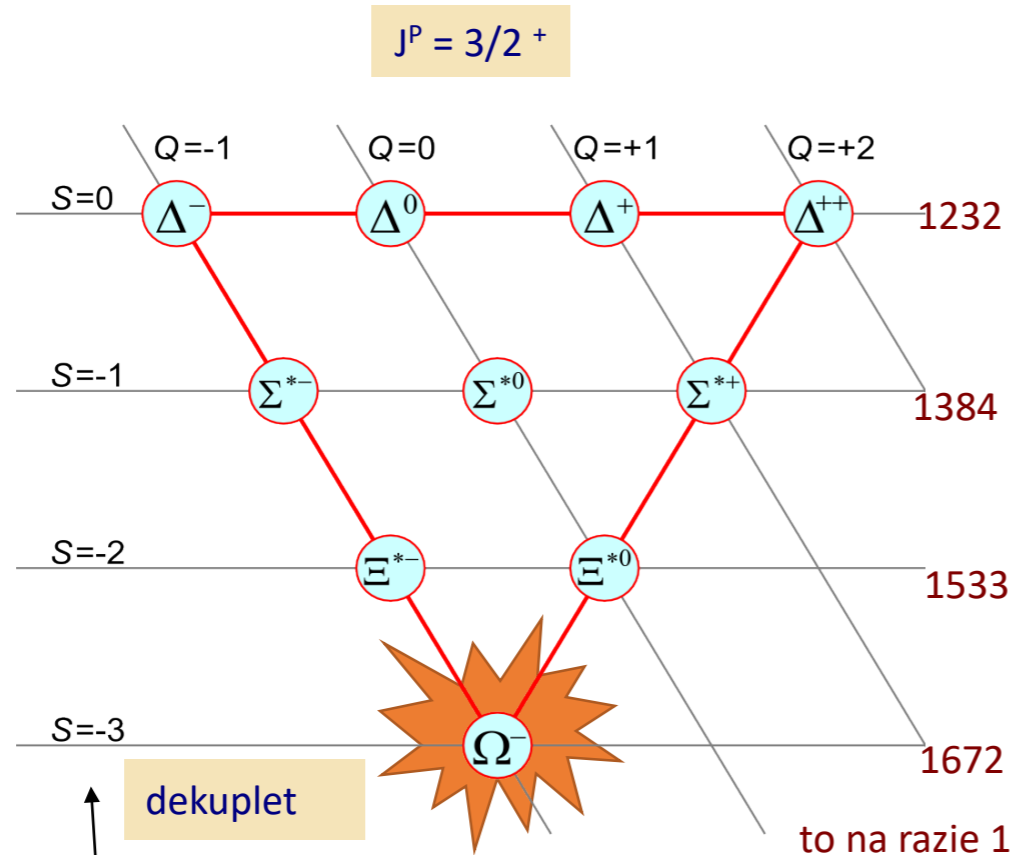
Klasyfikacja hadronów ze względu na SPIN (całkowity) J i parzystość P



- Zakładając istnienie tylko trzech kwarków (u,d,s) można było wytłumaczyć całe spektrum.
- Pomiedzy multipletami o różnej dziwności występuje (prawie) stała różnica mas, równa masie kwarka s.
- Różne stany ładunkowe mają niewielkie różnice mas (oddział. elektromagnetyczne).
- Będziemy konstruować „Reguły gry”, które tłumaczą takie ułożenie hadronów oraz brak około 9 barionów.

Bariony

Trzy kwarki tworzą bariony (stany podstawowe):

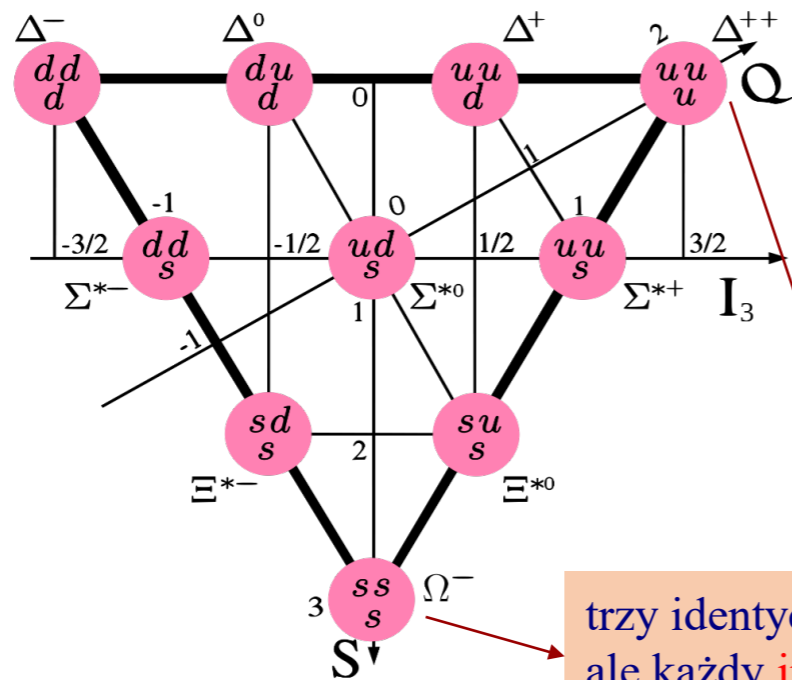


dziwność

Jakie reguły (symetrie) pozwalają na takie uporządkowanie cząstek?
1964 Gell-Mann, Zweig – pomysł kwarków i modelu kwarkowego.

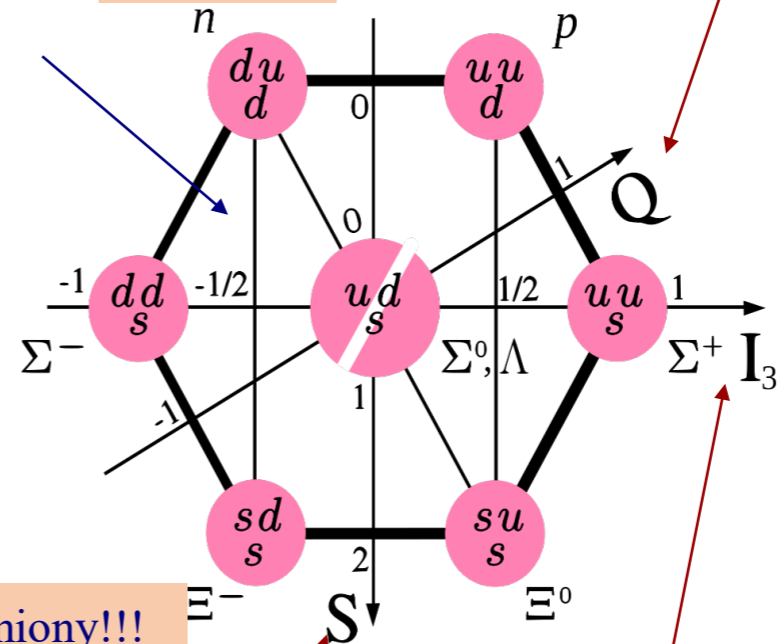
Model kwarkowy (powrót)

spin $J=3/2$ **dekuplet**



trzy identyczne fermiony!!!
ale każdy innego koloru...

spin $J=1/2$ **oktet**



ładunek

dziwność

3. składowa izospinu

Model Kwarkowy dla trzech kwarków (u,d,s):

- opisywał obserwowane stany i przewidywał nowe,
- wyjaśniał ułożenie hadronów w multiplety,
- pozwalał na konstrukcję funkcji falowej,
- dlaczego nie obserwujemy pojedynczego kwarka?

Co wiemy o spinach - ćwiczenie

- W przyrodzie możemy spotkać dwa rodzaje momentu pędu: jeden związany z ruchem jednego ciała z układu względem drugiego (orbitalny moment pędu L), drugi – z własnym obrotem ciała (spin S).

W mechanice klasycznej można zmierzyć jednocześnie wszystkie współrzędne momentu pędu.

W mechanice kwantowej można zmierzyć kwadrat długości momentu pędu i jedną współrzędną, przyjmuje się, że 3-cią współrzędną. Wynikiem są skwantowane wartości: $l(l+1)\hbar^2$ (dla operatora \hat{L}^2 i $m_l\hbar$ (gdzie $m_l = -l, -l+1 \dots -1, 0, 1, \dots, l-1, l$) dla operatora \hat{L}_z).

Podobnie dla spinu – mierzymy S^2 i S_z , a wynikiem są odpowiednio: $s(s+1)\hbar^2$ i $m_s\hbar$ (gdzie $m_s = -s, -s+1 \dots -1, 0, 1, \dots, s-1, s$), a $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2} \dots$).

Leptony, czy układ dwóch lub trzech kwarków mają określone spiny, ale moment pędu może przyjąć dowolną (byle skwantowaną) wartość.

- Stan spinowy cząstki można zapisać używając braketów: $|s m_s\rangle$, np. stan spinowy elektronu lub kwarka o spinie $1/2$ z trzecią składową $1/2$, czyli stan \uparrow , zapisujemy jako: $\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$. A zatem układ $\uparrow\uparrow$ dwóch kwarków o spinach $1/2$, z trzecią składową $1/2$ zapiszemy jako:

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = |1 1\rangle$$

Proszę znaleźć i zapisać pozostałe stany spinowe dwóch kwarków.

- Proszę określić, jaki może być całkowity moment pędu mezonów i barionów, które złożone są odpowiednio z dwóch i trzech kwarków.

Całkowity moment pędu cząstki jest to wektorowa suma jej spinu i momentu pędu: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, ale jak dodajemy te wektory? W mechanice kwantowej nie znamy przecież wszystkich współrzędnych?

Momenty pędu

Orbitalny moment pędu L (kręt) – moment pędu związany z ruchem obrotowym kwarków względem siebie, Kręt jest wielokrotnością \hbar $L = n \hbar$ i przyjmuje $2l + 1$ stanów, np. $L = 2, L_z = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Stan o $L = 0$ – stan podstawowy,

wyższe $L > 0$ – wzbudzenia orbitalne

Całkowity moment pędu $J: \vec{J} = \vec{S} + \vec{L}; J = |L - S| \dots |L + S|$

Spin S cząstki złożonej = całkowitemu momentowi pędu J w jej układzie spoczynkowym

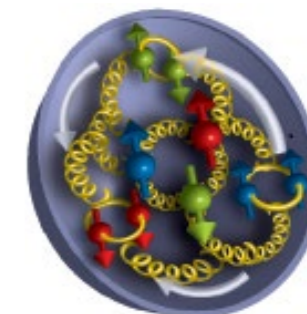
stan spinowy cząstki jest opisany przez podanie dwóch liczb kwantowych:

$$(s, s_z), s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \text{ a } s_z = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s$$

układ dwóch fermionów może być opisany za pomocą bazy:

$$\left. \begin{aligned} |S = 1; S_3 = 1\rangle &= \uparrow\uparrow \\ |S = 1; S_3 = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \\ |S = 1; S_3 = -1\rangle &= \downarrow\downarrow \end{aligned} \right\} \text{ TRYPLET, funkcje symetryczne (ćw)}$$

$$|S = 0; S_3 = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \left. \right\} \text{ SINGLET, funkcja antysymetryczna}$$



Spin układu dwóch fermionów

Nowa baza, w której wektory będą stanami własnymi operatora permutacji:

$$P_{12} |s_1, s_2\rangle = |s_2, s_1\rangle$$

$$|1, 1\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \uparrow\uparrow$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)$$

$$|1, -1\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = \downarrow\downarrow$$

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle - |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$$

stany symetryczne wzgl $1 \leftrightarrow 2$
(na zad sprawdzić!)

MEZONY: dwa kwarki o $s=1/2$ i o ustawieniach:

stan antysymetryczny wzgl $1 \leftrightarrow 2$

$$\uparrow\uparrow \quad S = 1 \text{ i } S_z = \{+1, 0, 1\} \quad \text{TRYPLET}$$

$$2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1$$

$$\uparrow\downarrow \quad S = 0 \text{ i } S_z = 0 \quad \text{SINGLET}$$

Pomiar spinu cząstki:

1. pomiar przekrojów czynnych σ dla procesu typu $a + b \rightarrow c + d$. Zależy on od liczby dostępnych stanów spinowych:

$$\sigma(a + b \rightarrow c + d) \propto (2S_c + 1)(2S_d + 1)$$

2. mierząc rozkłady kątowe produktów jej rozpadu.

Całkowity moment pędu mezonów

Mezony grupowane są w multipletach według ich spinu i krętu.

Gdy $L = 0$ $S = 0$ mówimy o pseudoskalarach o $J = 0$,

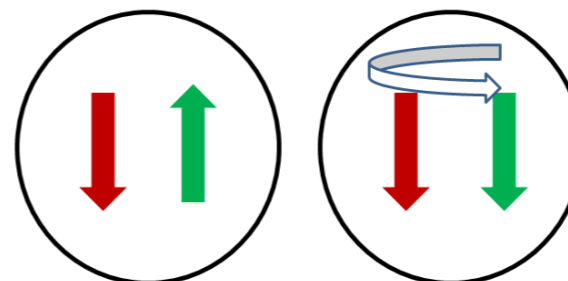
Orbitalne wzbudzenia z $L = 1$, to skalary o $J = 0$ lub wektory aksjalne o $J = 1$ lub $J = 2$

	L	J
	0	0
S=0	1	1
	2	2
	0	1
S=1	1	0, 1, 2
	2	1, 2, 3

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$

$$J = |L - S| \dots |L + S|$$

Constituent-quark model



Pseudoscalar meson: $L=0$ & $S=0$

Scalar meson: $L=1$ & $S=1$, & $L+S=0$

Operator parzystości przestrzennej

- Operator parzystości przestrzennej \hat{P} powoduje inwersję osi układu współrzędnych.
- Odwrócenie trzech osi odpowiada zmianie znaku jednej osi i obrotowi o 180° .
- Nazywana również odbiciem **zwierciadlanym**.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Inwersja przestrzenna - def: } \hat{P} \Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) \\ \text{Dla stanów własnych: } \hat{P} \Psi(\vec{r}) = p \Psi(\vec{r}) \end{array} \right\} \Psi(-\vec{r}) = p \Psi(\vec{r})$$

$$\text{A jak jeszcze raz: } \hat{P} \Psi(-\vec{r}) = p^2 \Psi(\vec{r}) \quad \Psi(\vec{r}) = p^2 \Psi(\vec{r})$$

$$\text{stąd parzystość: } p = \pm 1$$

Stan własny operatora \hat{P} , jest to wewnętrzna parzystość cząstki p .

- Dla układu parzystość (wewnętrzna) jest multiplikatywną liczbą kwantową:

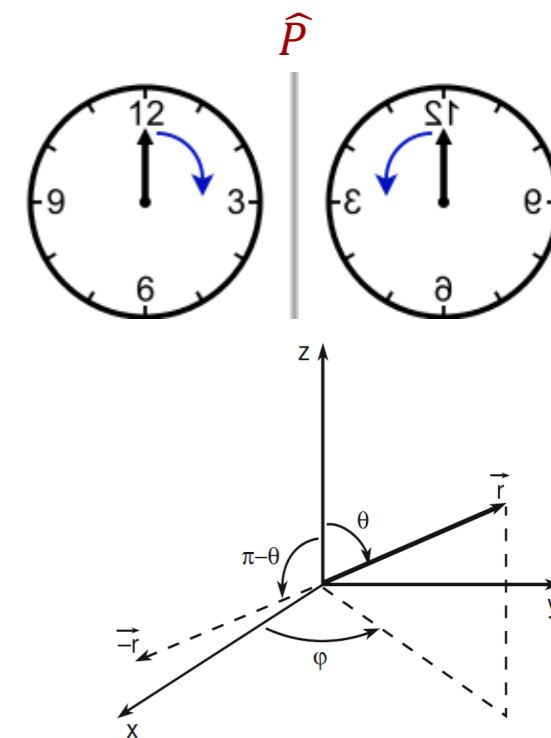
$$\Psi(AB) = \Psi(A)\Psi(B)$$

- Będziemy sprawdzać, czy parzystość jest zachowana w oddziaływaniach (tzn, czy \hat{P} komutuje z H):

\hat{P} jest zachowane w oddz. silnych i elektromagnetycznych,

\hat{P} nie jest zachowana w oddz. słabych.

- Harmoniki sferyczne mają dobrze określoną parzystość $p = (-1)^l$: (zad)



Parzystość mezonów

- Parzystość układu kwantowego zależy od parzystości ruchu względnego i parzystości składników.
- Układ 2 cząstek z krętem L ma parzystość: $P = P_1 P_2 (-1)^L$ $P_{Tot} = P_{wew} P_{wzgl}$
- Zakł, że fermiony i antyfermiony mają przeciwne parzystości, (kwarki i leptony +1)
Bozony i antybozony – te same parzystości, (foton, inne bozony pośredniczące -1)
- Zatem para kwark – antykwark ma parzystość $(+1)(-1)(-1)^L = (-1)^{L+1}$
stany o $L = 0, 2, \dots$ mają $P = -1$,
stany o $L = 1, 3, \dots$ mają $P = +1$
- Parzystość wewn. protonu przyjmujemy $P = +1$.
- Innych cząstek liczymy lub wyznaczamy dośw.

	L	J	P	J^P
	0	0	-1	0-
$S=0$	1	1	+1	1+
	2	2	-1	2-
	0	1	-1	1-
$S=1$	1	0, 1, 2	+1	0+, 1+, 2+
	2	1, 2, 3	-1	1-, 2-, 3-

Operator sprzężenia ładunkowego

Sprzężenie ładunkowe, zmienia znak ładunku i momentu magnetycznego (zależy od ładunku) na przeciwny.

Operator sprzężenia ładunkowego C , działając na funkcję falową, przyporządkowuje jej funkcję falową **antycząstki**:

$$\text{def: } \hat{C} \psi = \bar{\psi}$$

$$\text{dla stanów własnych: } \hat{C} |\psi(p, \lambda)\rangle = \eta_c |\psi(p, \lambda)\rangle$$

$$\text{powtórne działanie operatorem: } \hat{C} \hat{C} |\psi\rangle = \eta_c \hat{C} |\bar{\psi}\rangle = \eta_c \eta_c |\psi\rangle$$

$$\text{wartości własne: } \eta_c = \pm 1$$

Operator \hat{C} zmienia cząstkę (nawet elektrycznie obojętną) w jej antycząstkę. Jeżeli stan danej cząstki (jej funkcja falowa) jest stanem własnym \hat{C} , to cząstka = antycząstka

Stanami własnymi \hat{C} są tylko obojętne bozony.

Układ cząstka-antycząstka jest stanem własnym \hat{C} .

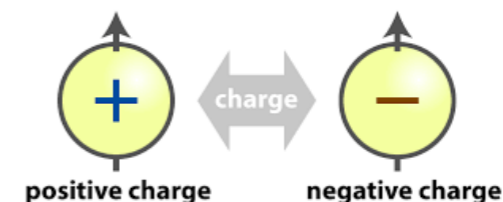
$$\hat{C} |f\bar{f}\rangle = \eta_c |f\bar{f}\rangle$$

W dodatku działanie \hat{C} jest takie samo, jak \hat{P} :

czyli zamienia fermiony miejscami...

można zatem napisać:

$$\hat{C} |f\bar{f}\rangle = (-1)^{l+s} |f\bar{f}\rangle$$



jeżeli:

$$|\bar{q}q\rangle = |\bar{q}q\rangle \text{ to } \eta_c = +1$$

$$|\bar{q}q\rangle = -|\bar{q}q\rangle \text{ to } \eta_c = -1$$

$$\hat{C} (\pi^0) = +(\pi^0)$$

$$\hat{C} (\gamma) = -(\gamma)$$

$$\hat{C} (e^-) = (e^+)$$

Spektroskopia mezonów

mezon	S	L	J	P	J^{PC}	np
pseudosklarny	0	0	0	-1	0^{-+}	π^0
pseudowektorowy	0	1	1	+1	1^{+-}	h_1
	0	2	2	-1	2^{-+}	η_2
wektorowy	1	0	1	-1	1^{--}	ρ^0
skalarny wektor aksjalny tensorowy	1	1	0, 1, 2	+1	0^{++} 1^{++} 2^{++}	a^0 a_1 f_2

Notacja spektroskopowa: $^{2S+1}L_J$

Stany $L=0, 1, 2, 3$ oznaczamy jako S, P, D, F,

np. dla $L=0$, 1S_0 lub 3S_1

$$\hat{P}(\vec{p}) = \hat{P}(m \, d\vec{r}/dt) = -\vec{p} \quad \text{wektor}$$

$$\hat{P}(\vec{M}) = \hat{P}(\vec{r} \times \vec{p}) = (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{M} \quad \text{pseudowektor}$$

Operator permutacji

Rozważmy układ nierozróżnialnych cząstek.

Działanie operatora zamiany miejscami dwóch cząstek (**operator permutacji**):

$$\text{Def: } \hat{P} \psi(1,2) = \psi(2,1)$$

$$\text{Równanie własne: } \hat{P} \psi(1,2) = \eta_P \psi(1,2)$$

$$\text{działamy drugi raz: } \hat{P} \hat{P} \psi(1,2) = \hat{P} \eta_P \psi(2,1) = \eta_P \eta_P \psi(1,2)$$

$$\psi(1,2) = \eta_P^2 \psi(1,2)$$

$$\boxed{\eta_P = \pm 1}$$

wartości własne: $\eta_P = +1$ dla bozonów, czyli funkcja własna jest symetryczna;
 $\eta_P = -1$ dla fermionów, funkcja własna - antysymetryczna

Stany złożone z nierozróżnialnych cząstek opisywane są tylko takimi kombinacjami liniowymi funkcji falowych, które nie zmieniają właściwości symetrii względem permutacji (zamiany) par cząstek

Symetria przestrzenna funkcji falowej

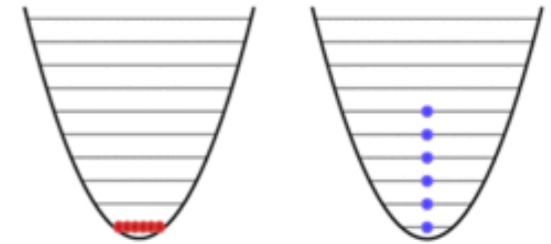
Układ dwóch fermionów opisany jest funkcją falową: $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$,

gdy są blisko siebie: $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$

i podzieliśmy na f. falową operatorem permutacji:

$$\hat{P} \psi(\vec{r}, \vec{r}) = -\psi(\vec{r}, \vec{r}) = \psi(\vec{r}, \vec{r})$$

to warunek jest możliwy do spełnienia, gdy: $\psi(\vec{r}, \vec{r}) = 0$



Dwa nierozróżnialne fermiony nie mogą przebywać w tym samym miejscu (zakaz Pauliego).

Jakie są własności symetrii f. falowej opisującej zbiór identycznych fermionów względem zamiany współrzędnych dowolnej pary?

Taka zamiana nie zmienia stanu kwantowego, czyli wartości $|\Psi|^2$.

Zatem funkcja falowa fermionów (część przestrzenna) powinna być antysymetryczna, $\Psi \rightarrow -\Psi$, a bozonów - symetryczna $\Psi \rightarrow \Psi$.

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2; S_1, S_2) = \phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \alpha(S_1, S_2)$$

Fcja falowa dwóch fermionów musi być antysymetryczna względem zamiany ich miejscami, spinowe stany **singletowe** mają **symetryczną** część przestrzenną, **trypletowe**- antysymetryczną (zad.)

Funkcja falowa hadronów

Funkcja falowa opisuje całkowicie stan układu: $\Psi(\vec{x}, t) \equiv |\Psi\rangle$

Pełna funkcja falowa hadronów :

$$\Psi(\text{pełna}) = \phi(\text{przestrzenna}) \alpha(\text{spinowa}) \chi(\text{zapachowa}) \eta(\text{kolorowa})$$

„zamiana miejscami”

ustawienie spinu kwarków

kwarki: u, d, s

kwarki mogą być w trzech kolorach

Co to właściwie znaczy, że hadrony zbudowane są z kwarków?

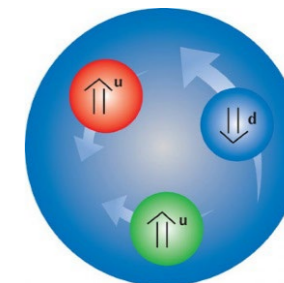
Funkcje falową hadronów buduje się z funkcji falowej kwarków.

Oznaczmy: $|u\rangle \equiv \Psi_u$ $|p\rangle \equiv \Psi_p$, to: $|p\rangle \equiv |uud\rangle$

Ale czasem trudniej: $|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ - złożone kombinacje funkcji falowych kwarków

Np., gdy mezony mają być neutralne kolorowo to: $\eta(\text{kolor}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

Inne reguły i symetrie stawiają dodatkowe ograniczenia na postać funkcji falowej.



Funkcja falowa hadronów – część flavorowa

Zaczniemy od budowy funkcji falowej dla trzech najlżejszych kwarków (u, d, s)

$$m(u) \sim 0.3 \text{ GeV}$$

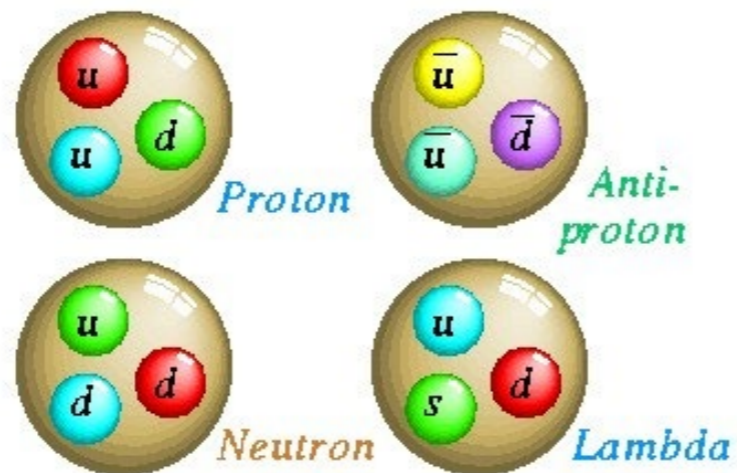
$$m(d) \sim 0.3 \text{ GeV}$$

$$m(s) \sim 0.5 \text{ GeV}$$

$$\chi(\text{zapachowa}) \propto |uds\rangle$$

Kwarki są uwięzione w mezonach $q\bar{q}$ (9 cząstek)

lub w barionach qqq - 27 stanów?



Stany spinowe układu trzech kwarków

BARIONY: trzy kwarki

$$\uparrow\uparrow\uparrow \quad S = \frac{3}{2} \quad i \quad S_Z = \left\{ +\frac{3}{2}; +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2} \right\}$$

$$\uparrow\uparrow\downarrow \quad S = \frac{1}{2} \quad i \quad S_Z = \left\{ +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\uparrow\downarrow\downarrow \quad S = -\frac{1}{2} \quad i \quad S_Z = \left\{ +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2$$

Jak skonstruować funkcję o wymaganej symetrii?

Skoro mamy $\psi(1,2)$, która spełnia RS, to funkcja $\psi(2,1)$ również musi je spełniać.

A zatem:

$$\psi_{sym} = A\{\psi(1,2) + \psi(2,1)\}$$

$$\psi_{antysym} = A\{\psi(1,2) - \psi(2,1)\}$$

Sprawdzamy!

Funkcja falowa hadronów

Konstrukcja funkcji falowej uwzględniać własności symetrii:

- dla mezonów – symetryczna wzgl. zamiany kwarków,
- dla barionów – antysymetryczna.

$$\Psi(\vec{q}) = \phi(\vec{r}) \alpha(s) \chi(\text{zapach}) \eta(\text{kolor})$$

Część opisująca zapach – jest symetryczna (bo hadrony są neutralne kolorowo)

$$\eta(\text{kolor}) = \frac{1}{\sqrt{3}} (r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$$

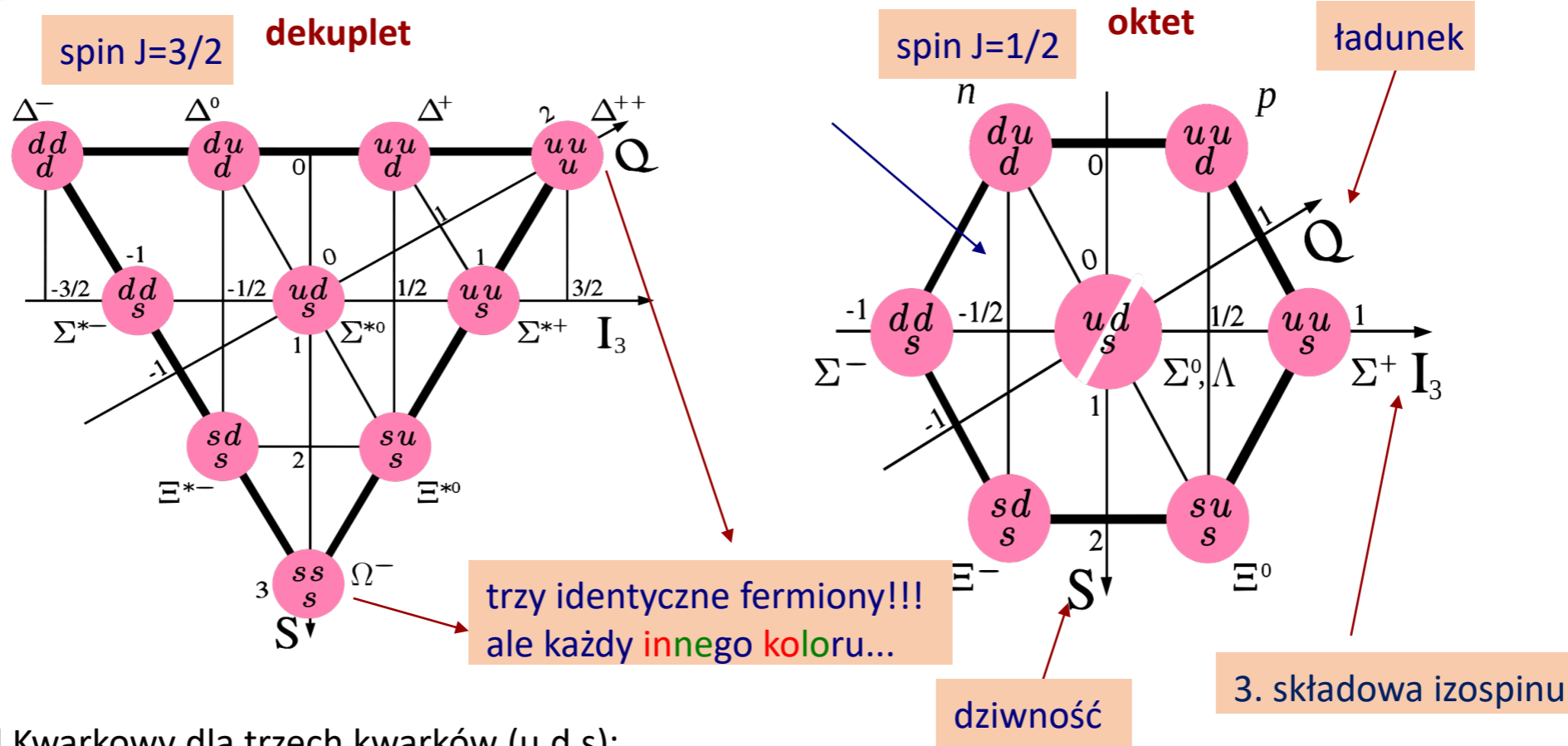
Pozostała część funkcji – iloczyn części spinowej i zapachowej musi mieć dobrze określoną symetrię.

Żmudna procedura prowadzi do np:

$$|p \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} (2u \uparrow u \uparrow d \downarrow - u \uparrow u \downarrow d \uparrow - u \downarrow u \uparrow d \uparrow + \\ 2u \uparrow d \downarrow u \uparrow - u \uparrow d \uparrow u \downarrow - u \downarrow d \uparrow u \uparrow + \\ 2d \downarrow u \uparrow u \uparrow - d \uparrow u \downarrow u \uparrow - d \uparrow u \uparrow u \uparrow)$$

Warunki symetrii ograniczają liczbę najbliższych barionów do 18 stanów (oktet i dekuplet), chociaż teoretycznie mogłoby ich występować 27!

Model kwarkowy



Model Kwarkowy dla trzech kwarków (u,d,s):

- opisywał obserwowane stany i przewidywał nowe,
- wyjaśniał ułożenie hadronów w multiplety,
- pozwalał na konstrukcję funkcji falowej,
- dlaczego nie obserwujemy pojedynczego kwarka?

Model kwarkowy - bariony

Baryon angular momentum quantum numbers for $L = 0, 1, 2, 3$

Spin (S)	Orbital angular momentum (L)	Total angular momentum (J)	Parity (P) (See below)	Condensed notation (J^P)
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	+	$\frac{1}{2}^+$
	1	$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$	-	$\frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}^-$
	2	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$	+	$\frac{5}{2}^+, \frac{3}{2}^+$
	3	$\frac{7}{2}, \frac{5}{2}$	-	$\frac{7}{2}^-, \frac{5}{2}^-$
$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	+	$\frac{3}{2}^+$
	1	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$	-	$\frac{5}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}^-$
	2	$\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$	+	$\frac{7}{2}^+, \frac{5}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{1}{2}^+$
	3	$\frac{9}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$	-	$\frac{9}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{3}{2}^-$

Poszukiwaniem i badaniem różnych stanów zajmuje się **SPEKTROSKOPIA**

Nierelatywistyczny model kwarkowy:

1. Energia kinetyczna kwarków o wiele mniejsza niż ich masy spoczynkowe.

Założenie to jest poprawne dla stanów kwarków powabnych i pięknych (c i b).

Dla stanów lekkich kwarków (u, d, s) czasem daje dobre wyniki.

2. Rozwiązanie równania Schrödingera z potencjałem oddziaływania kwark-kwark (QCD)

$$V(r) = \frac{a}{r} + br$$

a/r – człon typu kulombowskiego, wynika z oddz. między dwoma kwarkami przez wymianę gluonu, dominuje dla **małych** r ,

br – człon liniowy uwzględniający uwięzienie kwarków w hadronach; dominuje dla **dużych** r .

FAKTY doświadczalne:

1. $m(\rho^+) > m(\pi^+)$ (770 MeV vs 140 MeV), a ten sam skład {u -anty d}

- mezony te różnią się orientacją spinów: $\uparrow\uparrow$ S=1 i S=0 $\uparrow\downarrow$ (oddz. spin-spin)

2. oddz. spinu elektronu z polem magnetycznym protonu (rozszerzenie nadsubtelne $\sim \alpha_{elm}$),

3. oddz. pomiędzy kwarkami a gluonami (kolorowe $\sim \alpha_s$)

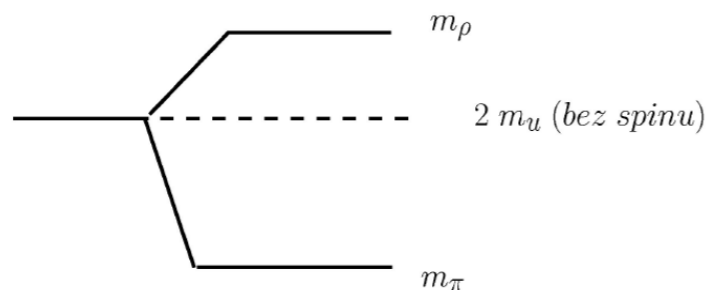
Masy hadronów

Przyczynki do mas hadronów:

1. Masy **konstytuentne** kwarków (liczone jako ułamek masy hadronu – masa z oddziaływaniem),
2. Efekty związane z kulombowskim oddz. kwarków (rzędu 1-2 MeV),
3. Rozszczepienie nadsubtelne:
 - oddz. momentów magnetycznych ($\Delta m = 1-2$ MeV),
 - kolorowe oddz. magnetyczne – przesunięcie poziomów energetycznych dla kwarków.

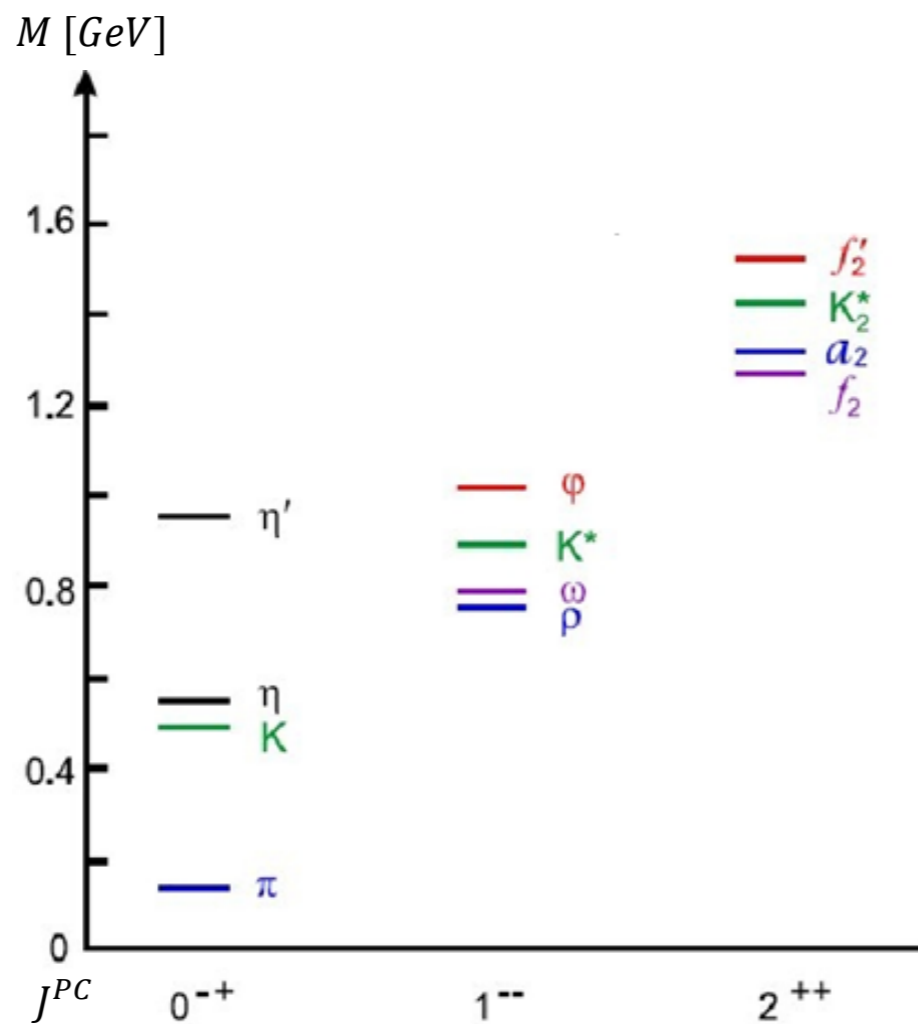
Formuła masowa (A- stała):

$$M_{q\bar{q}} = m_1 + m_2 + A \frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{m_1 m_2}$$



A co z masą barionów?

Cząstka jako poziom energetyczny w Modelu Kwarkowym



Atom wodoru o masie rzędu 1 GeV – różnica energii pomiędzy powłokami mała (eV) i widzimy stany o różnych energiach jako jeden stan

Dla stanów związanych kwarków, rozszczepienia tak duże, że widoczne są nowe cząstki.

Masy hadronów

W eksperymentach z rozproszeniami wysokoenergetycznych cząstek udaje się oddzielić masę kwarka od chmury gluonów. Dostajemy w ten sposób tzw. masę prądową („gołą”):

kwark	masa prądowa [MeV]	masa konstytuentna [MeV]
u	1.5-3.3	330
d	3,5-6	330
s	80-130	500
c	1150-1350	1600
b	4100-4400	4200
t	170 900	171 000

**masa konstytuentna =
masa prądowa
+ pole gluonowe**

np proton: $m=938$ MeV
 „goła” masa 3 kwarków = 11 MeV
 Gluony są bezmasowe, ale przenoszą energię.

Dla lekkich kwarków m prądowa < m konstytuentnej.

Dla ciężkich kwarków – wynik zależy od skali i przyjętych modeli.

Masy hadronów

Masy hadronów policzone z formuły masowej i wyznaczone doświadczalnie są ze sobą zgodne:

	masa obliczona [MeV]	masa zmierzona [MeV]	
π	140	138	} mezony skalarne
K	484	496	
ρ	780	770	} wektorowe
ω	939	939	
Λ	1116	1114	
Σ	1193	1179	

Model kwarkowy - podsumowanie

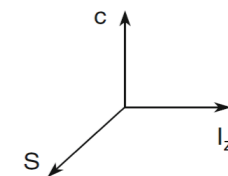
Nierelatywistyczny model kwarkowy:

- Energia kinetyczna kwarków o wiele mniejsza niż ich masy spoczynkowe.
 - Założenie to jest poprawne dla stanów kwarków powabnych i pięknych (c i b).
 - Dla stanów lekkich kwarków (u, d, s) czasem daje dobre wyniki.
- Model kwarkowy może uporządkować mezony i bariony w multiplety.
- Model kwarkowy przewiduje masy i momenty magnetyczne hadronów (zgadza się z dośw.)
- Model kwarkowy musi zostać rozszerzony po odkryciu cięższych kwarków.

Czwarty element

Istnienie hadronów z 4. kwarkiem zostało **przewidziane teoretycznie** (w przeciwieństwie do kwarka s).
Oszacowano jego masę na ok. 2 GeV.

I pokolenie	Q	masa	II pokolenie	Q	masa
u	+2/3	0.35 GeV	c	+2/3	1.5 GeV
d	-1/3	0.35 GeV	s	-1/3	0.5 GeV

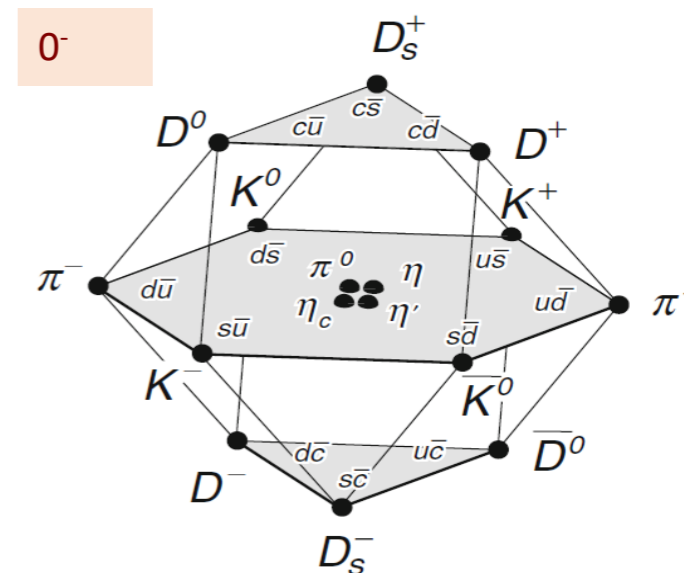


Charm – liczba kwantowa c jest zachowana w oddz. silnych i elm, nie zachowana w słabych (podobnie jak s).

Najbliższe MEZONY POWABNE to skalary $D^0(cu), D^+(cd), D_s^+(cs)$

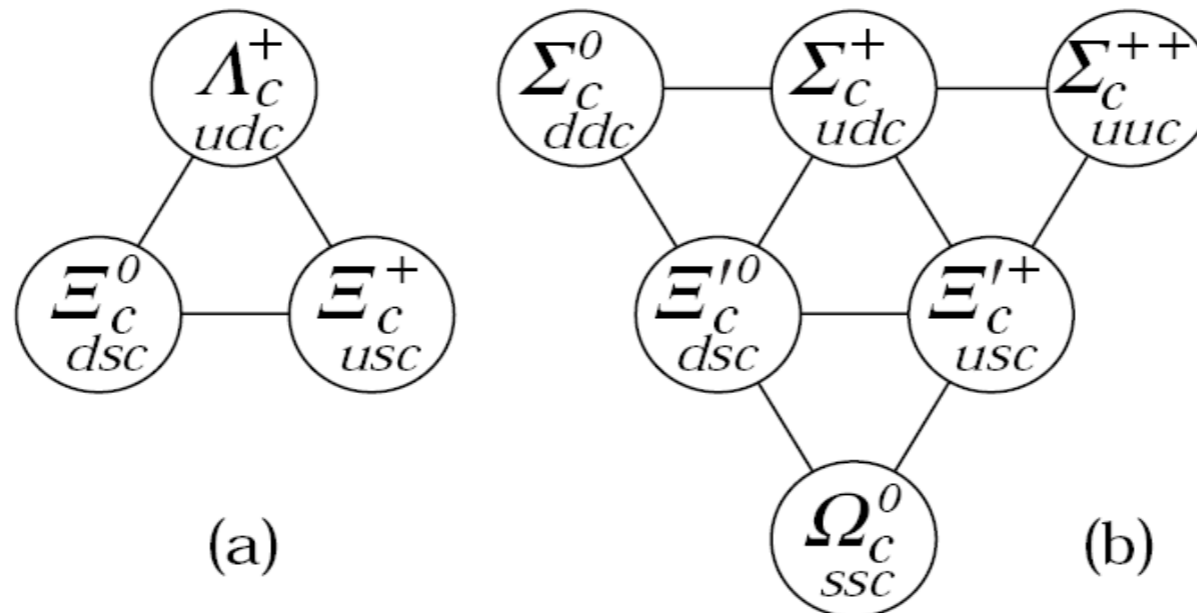
Mezony „czarmowe” wektorowe mają taki sam skład kwarkowy, ale spiny kwarków ustawione są równoległe: $D^{*0}(cu), D^{*+}(cd), D_s^{*+}(cs)$

Rozpady czarmowych mezonów zachodzą poprzez **oddziaływania słabe** $\tau \sim 10^{-12}s$, przeważnie na mezony dziwne (z kwarkiem s).



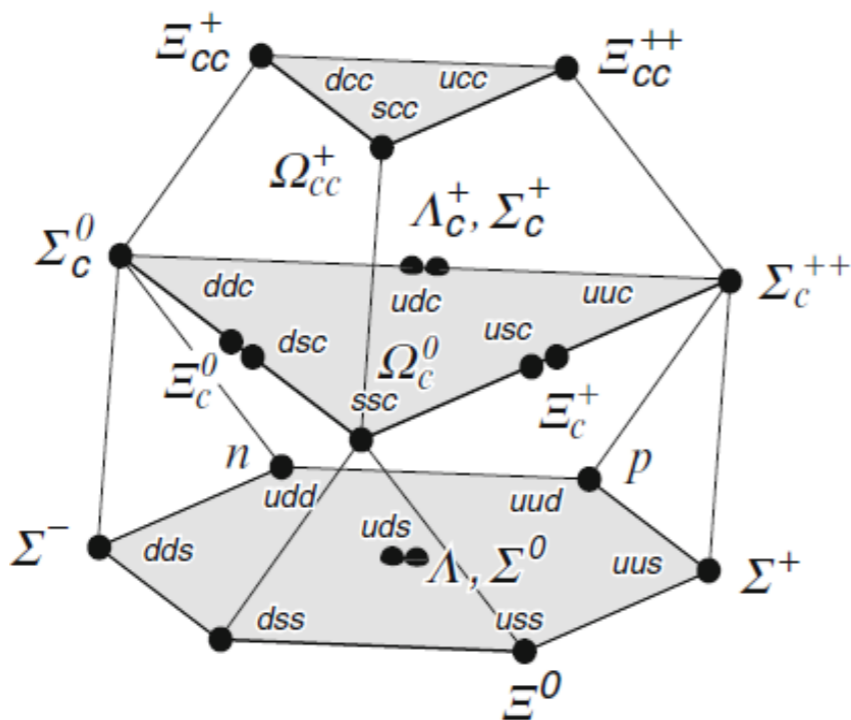
Czwarty kwark – powabny (charm)

- W roku 1974, niezależnie w dwóch ośrodkach, potwierdzono istnienie czwartego, bardzo ciężkiego kwarka c (powabnego)...
- Model Kwarków został rozszerzony o następne multiplety, ale zachwiana (złamana) została prosta struktura różnic mas (degeneracja mas, oddziaływania spin-spin i spin-orbita).

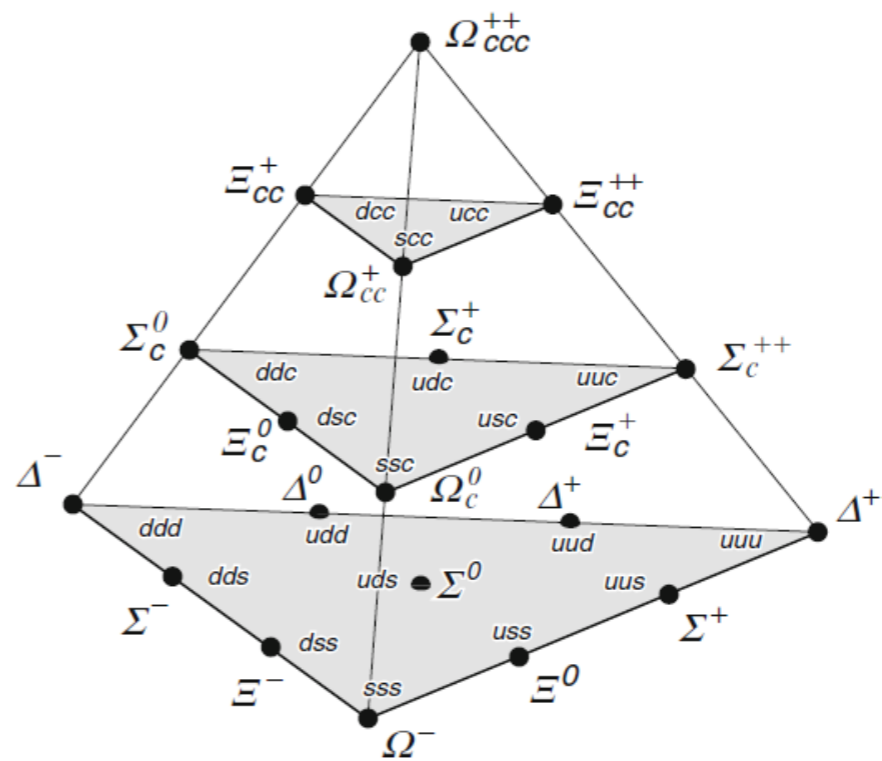


Czwarty kwark – multiplety czarne

$$J^P = 1/2^+$$



$$J^P = 3/2^+$$

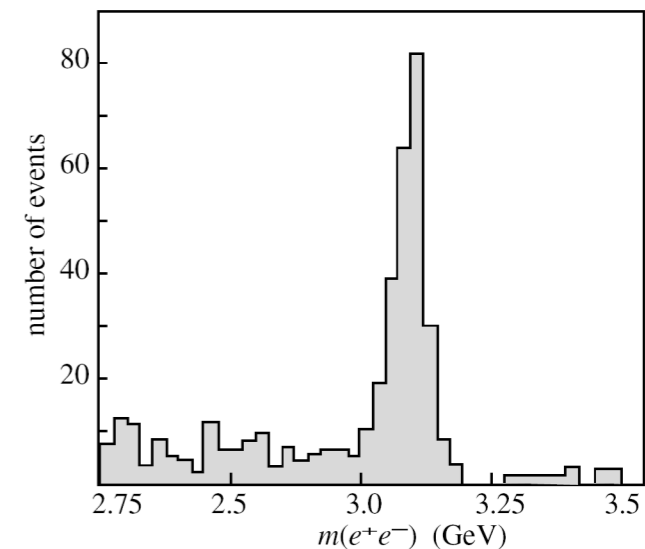


Dwa odkrycia

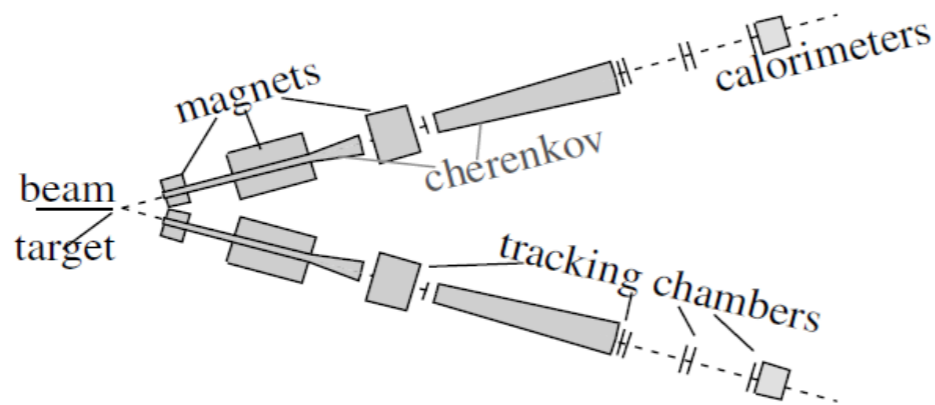
- W 1974 roku w Brookhaven badano produkcję nowej cząstki J w zderzeniach protonów przy najwyższych (wtedy) energiach: $\sqrt{s} = 3.1$ GeV w procesie:



- Stan X był dowolny, ale badana cząstka J miała znane liczby kwantowe i miała się rozpadać na elektron i pozyton.
- Spektrometr został dedykowany poszukiwaniom wektorowej cząstki o liczbach kwantowych fotonu $J^{PC} = 1^{--}$ rozpadającej się na e^+e^- .



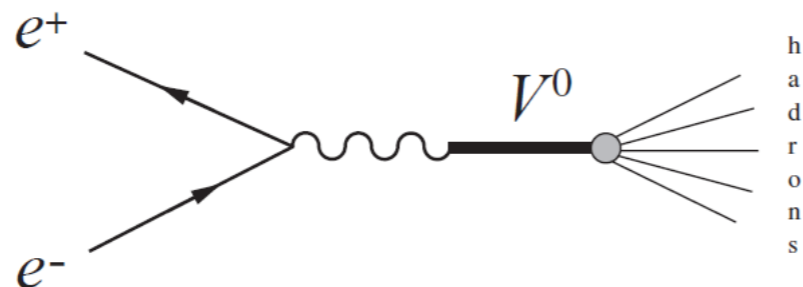
$J(3097)$
 $J^{PC} = 1^{--}$



Przypadek taki pojawiał się raz na milion.
Najważniejsze-separacja pionów – progowe liczniki Czerenkowa i kalorymetr

Dwa odkrycia – jedna cząstka

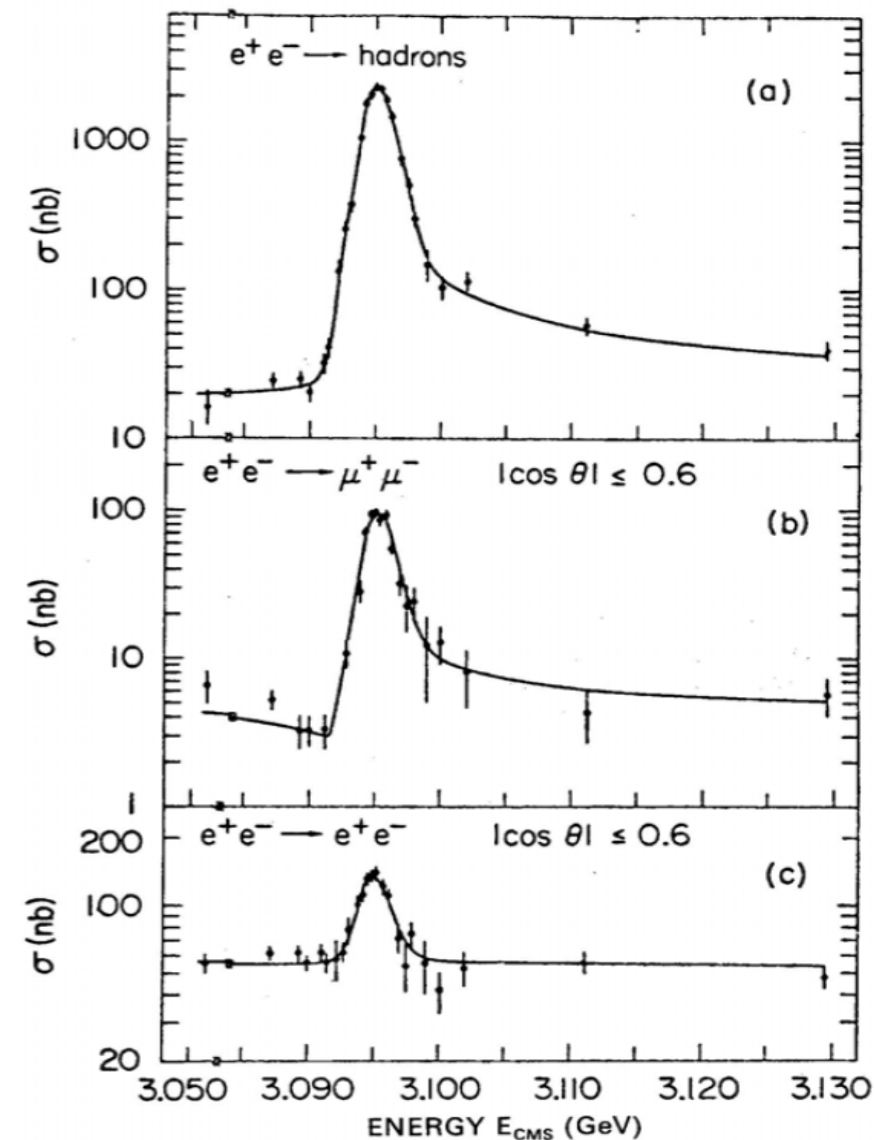
Jednocześnie SPEAR na SLACu – akceleratorze $e^+ e^-$ pracującym przy $\sqrt{s}=8$ GeV zdecydowano o obniżeniu energii do ok. 3 GeV. Zaobserwowano znaczny rezonans w stanach końcowych z hadronami, mionami i elektronami:



Skoro dwa eksperymenty odkryły ten sam stan, to dano mu nazwę:

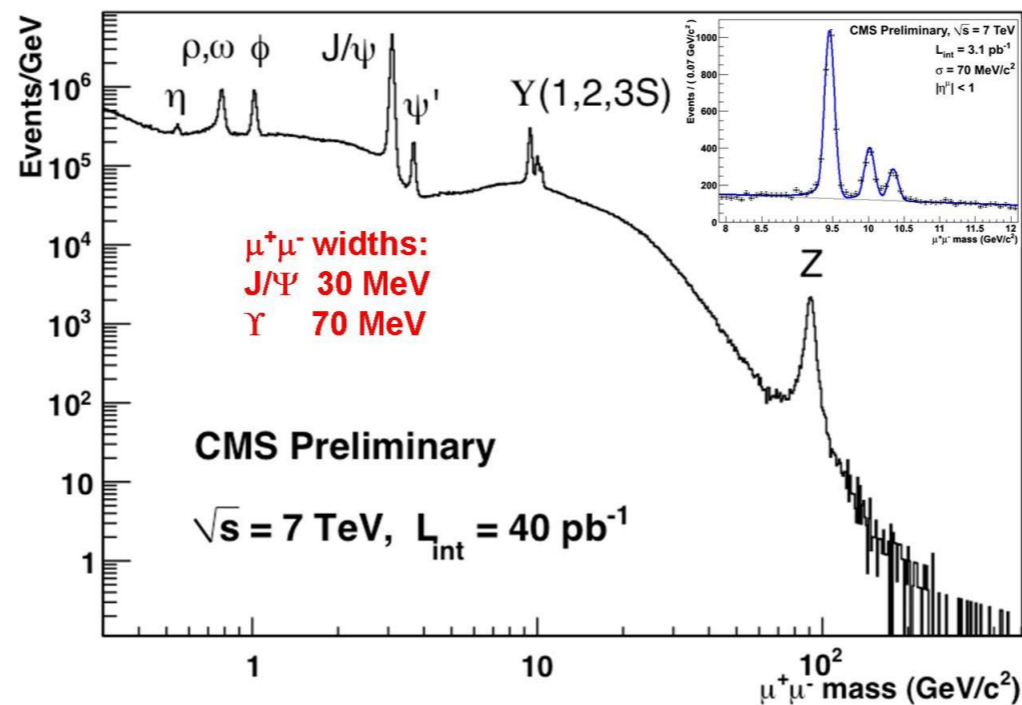
J/Ψ (3097)
 $J^{PC} = 1^{--}$

Dygresja o REZONANSACH



Rezonanse

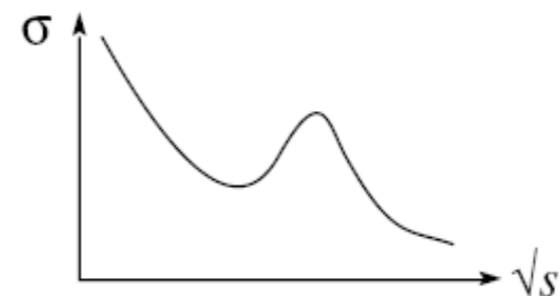
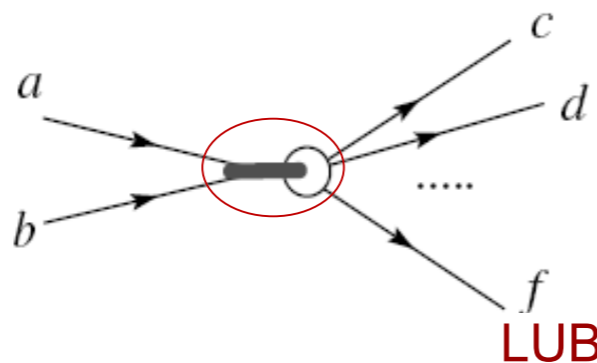
- Dotychczas omawiane cząstki miały na tyle długi czas życia, że mogły być obserwowane bezpośrednio.
- Jeśli masa hadronu jest wystarczająco duża, aby rozpadł się on poprzez oddziaływania silne – nawet w czasie 10^{-24} s to rozpadają się w miejscu powstania (prawie).
- O takich stanach mówimy **REZONANSE**.



Rezonanse

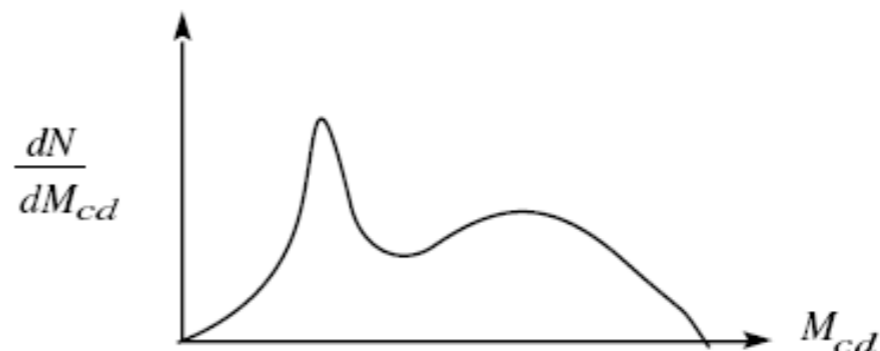
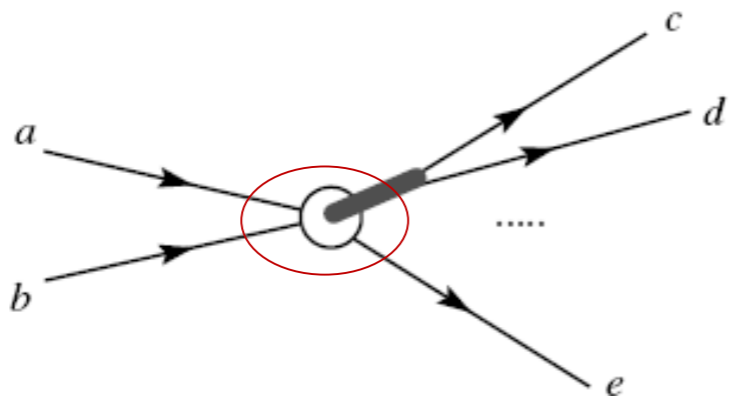
Ewidencja rezonansów możliwa jest poprzez:

- obserwację maksimum w procesie produkcji



- obserwację maksimum na spektrum masy niezmienniczej stanów końcowych:

$$M_{cd} = \sqrt{(E_c + E_d)^2 - (\vec{p}_c + \vec{p}_d)^2}$$



Krzywa rezonansowa

Funkcja falowa rozpadającego się stanu:

$$\Psi(t) = \Psi(0)e^{-iE_R t} e^{-t/2\tau} = \Psi(0) e^{-t(iE_R + \Gamma/2)} \quad \tau = 1/\Gamma$$

Po czasie „0” stan o energii E_R ewoluuje w czasie i może się rozpaść – prawd. znalezienia cząstki po czasie t:

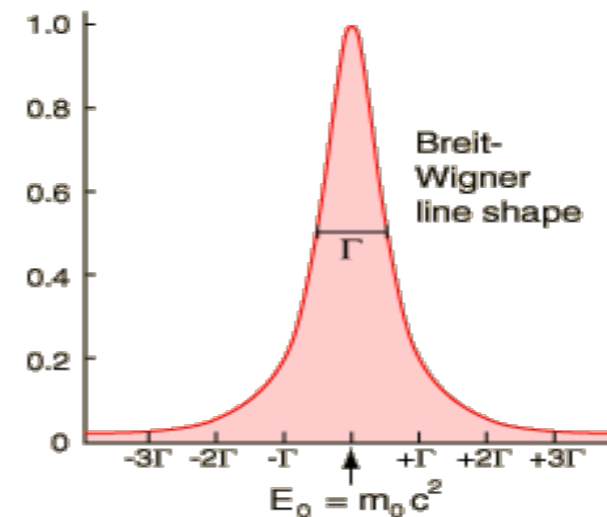
$$I(t) = \Psi^* \Psi = \Psi(0)^2 e^{-t/\tau}$$

Zależność energetyczna jest transformatą Fouriera wykładniczej zależności od czasu (zad*):

$$\Psi(E) = \int \Psi(t) e^{iEt} dt = \Psi(0) \int e^{-t[\Gamma/2 + iE_R - iE]} dt$$

$$= \frac{K}{(E_R - E) - i\Gamma/2}$$

$$\sigma(E) = \Psi(E)\Psi^*(E) = \sigma_{max} \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4}$$



Rezonanse

Wzór Breita-Wignera (nierelatywistyczny) , z uwzględnieniem spinu wszystkich cząstek:

$$\sigma(E) = \frac{(2J + 1)}{(2s_a + 1)(2s_b + 1)} \frac{4\pi}{E^2} \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{(E - M_R)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

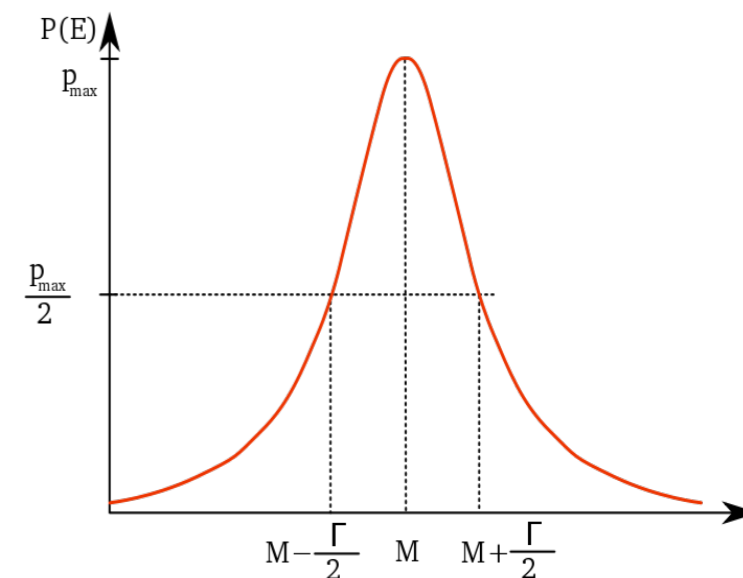
Wzór relatywistyczny (prawie identyczny kształt):

$$\sigma(E) = \sigma_{max} \frac{M^2 \Gamma^2}{(s - M^2)^2 - M^2 \Gamma^2}$$

Parametry rezonansów:

M – masa, Γ - szerokość, J – całkowity spin,

Γ_i, Γ_f – szerokości cząstkowe stanów początkowego i końcowych.



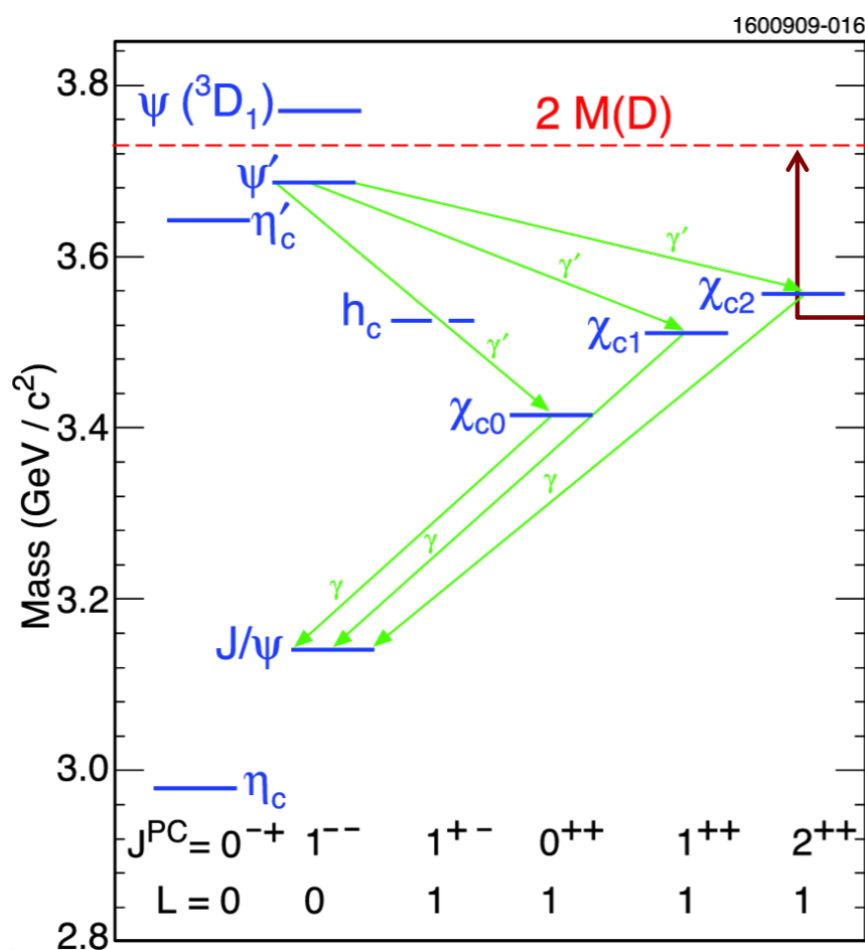
$$\sigma(E) = \frac{3\pi}{s} \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{(E - M_R)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

wracając do powabu:

Czarmonium

Odkryta cząstka była niezwykle wąska. Obecna wartość: $\Gamma(J/\psi) \sim 87$ keV

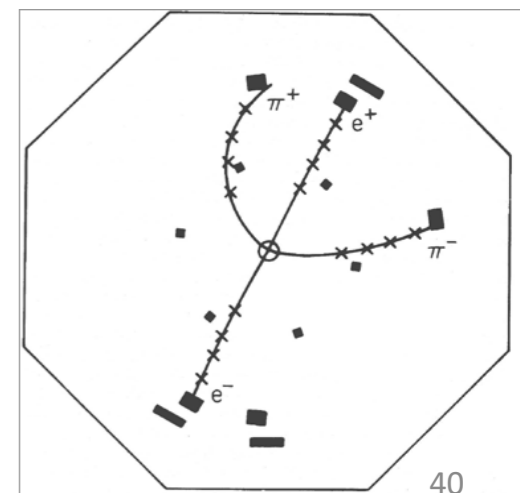
Po dokładniejszych skanach przy stopniowo zmienianej energii odkrywane były nowe stany, wszystkie o małej szerokości.



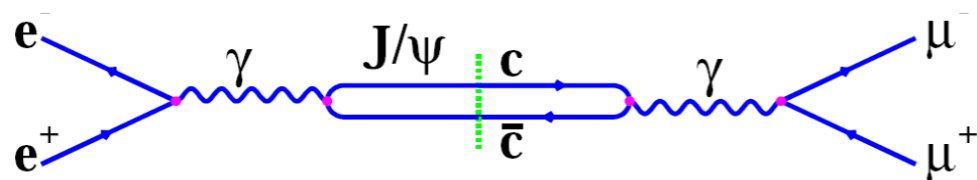
Z rozkładów doświadczalnych obserwowana szerokość ok. 3 MeV wynika z rozdzielczości detektorów, ale wyznaczenie przekroju czynnego umożliwia wyznaczenie szerokości (splot-konwolucja).

Rozpad J/ψ na dwa powabne mezony jest niemożliwy (zbyt mała masa) – rozpad na lekkie cząstki (np. leptony) zachodzi b. rzadko

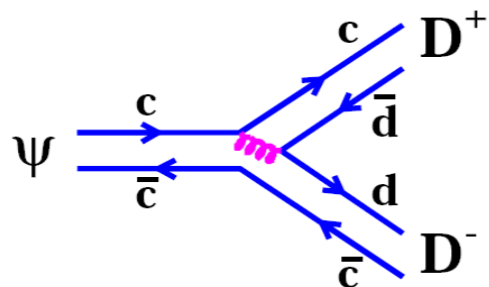
śląd cząstek w przypadku wyjaśnia nazwę ψ



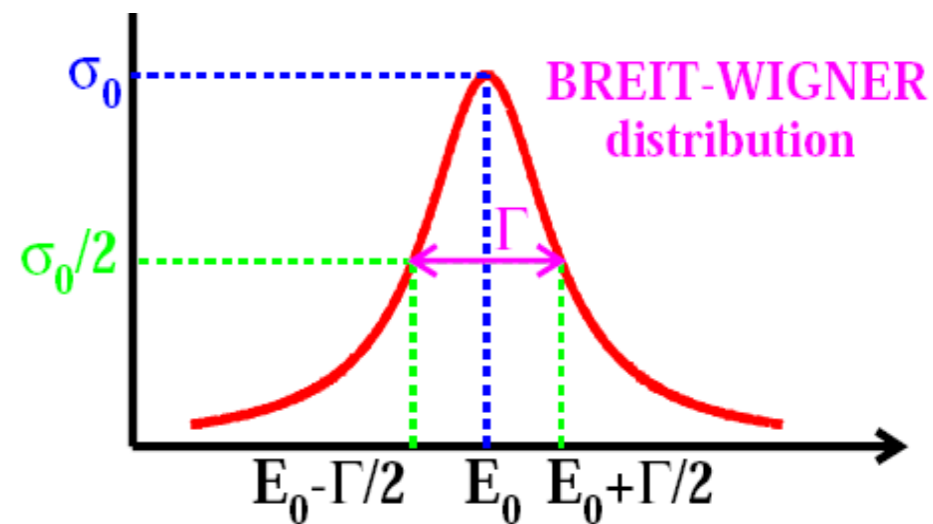
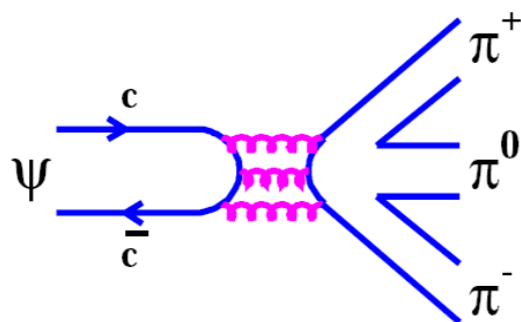
Szerokość rezonansu



IF $m(\psi) > 2m(D)$



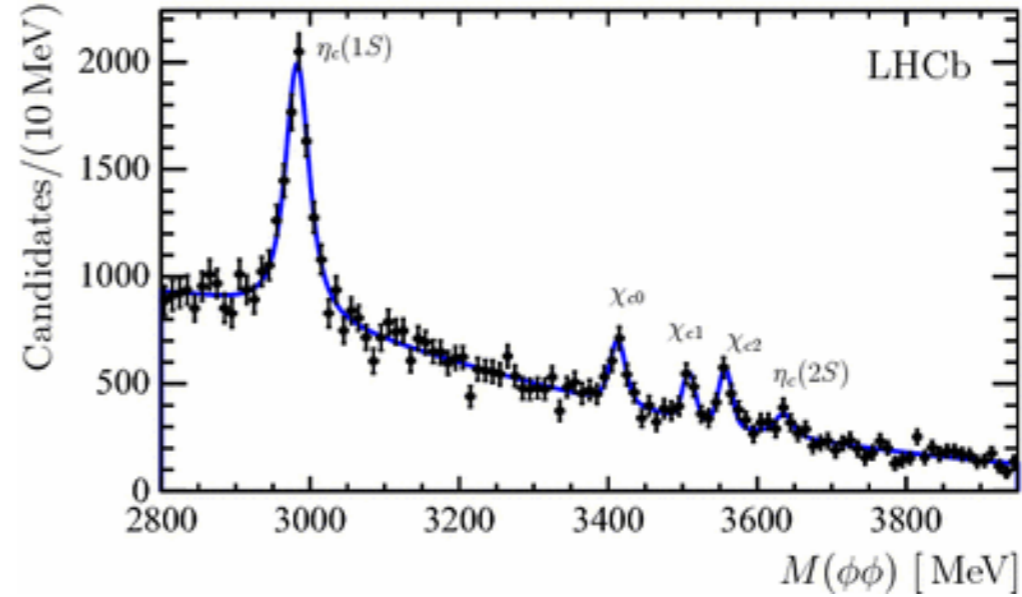
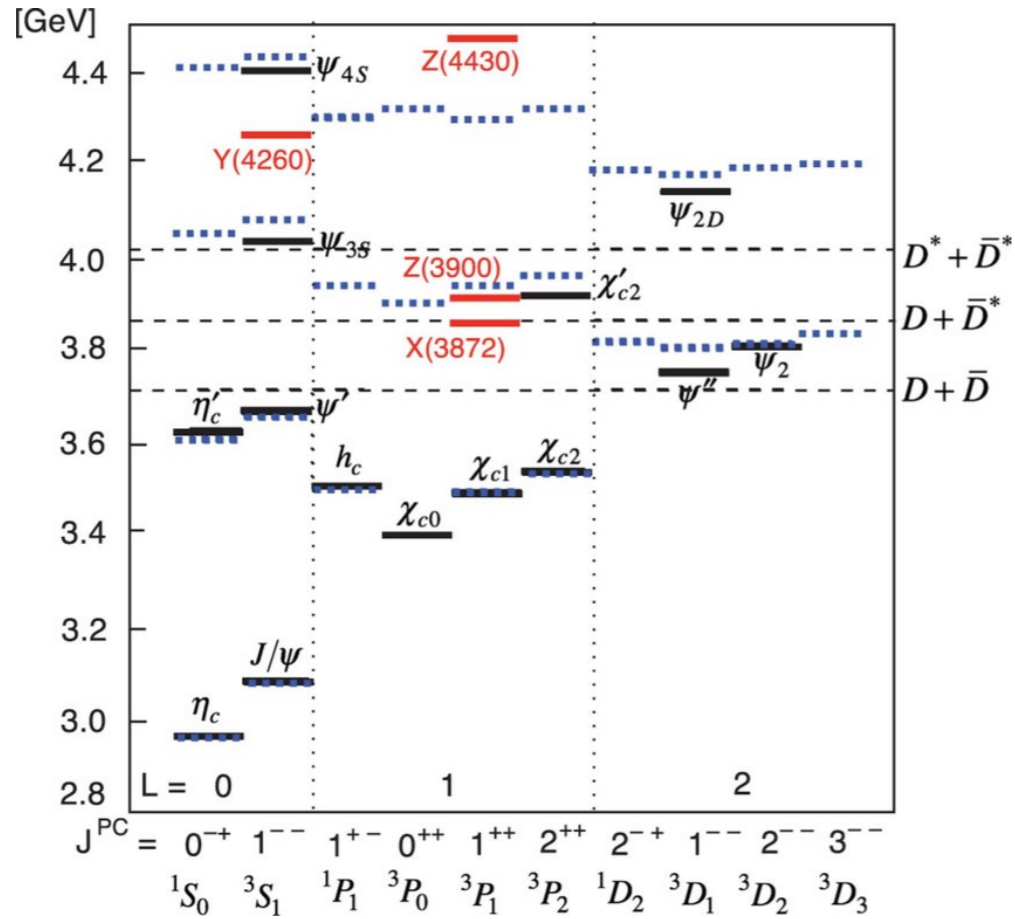
IF $m(\psi) < 2m(D)$



Rozpad na mezony D dozwolony -normalna szerokość dla rozpadów silnych, $\Gamma(\psi'')=24$ MeV

Diagramy z niepołączonymi liniami są silnie tłumione -reguła Zweiga- (trzy gluony) - **rozpad tłumiony – mała szerokość**

Spektrum czarmonium

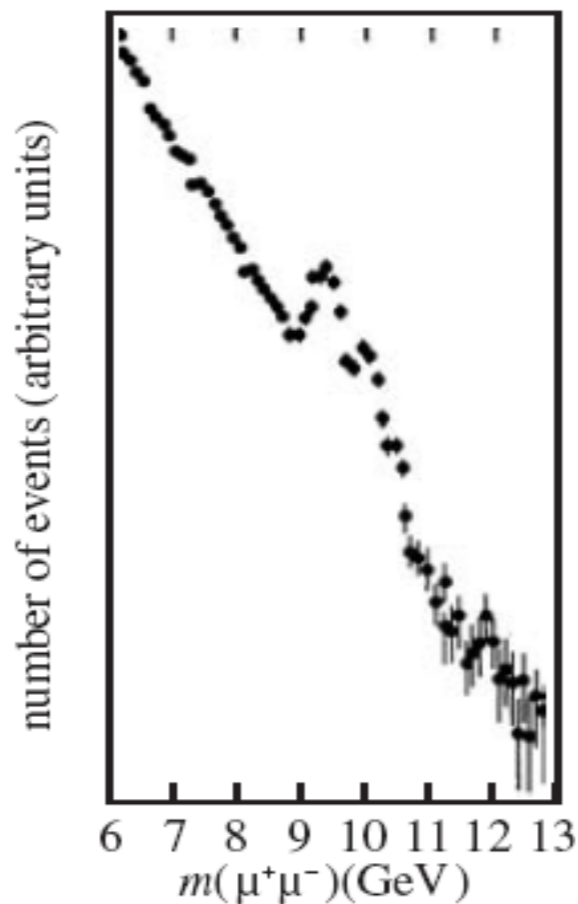


Trzecie pokolenie – kwark piękny (b)

Skoro mieliśmy trzy pokolenia leptonów, powinno być również 3. pokolenie kwarków.
 W 1977 w Tevatronie odkryto stan związany kwarków b anty-b.

$$p + (Cu, Pt) \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$$

Nazwano ten stan $\Upsilon(9460)$
 Oszacowano $m(b) = 4.7 \text{ GeV}$



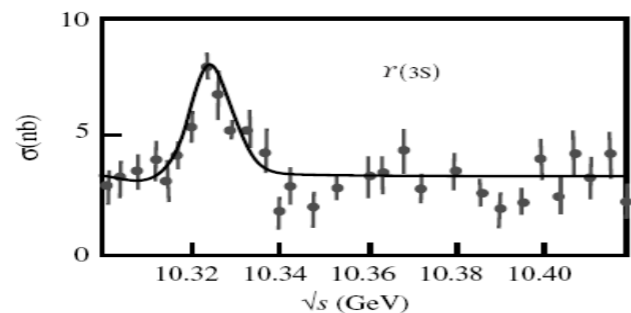
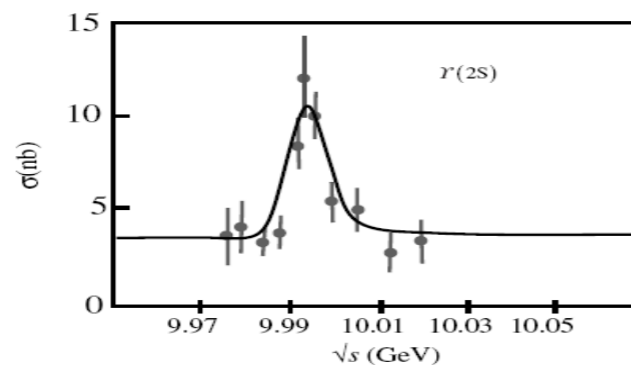
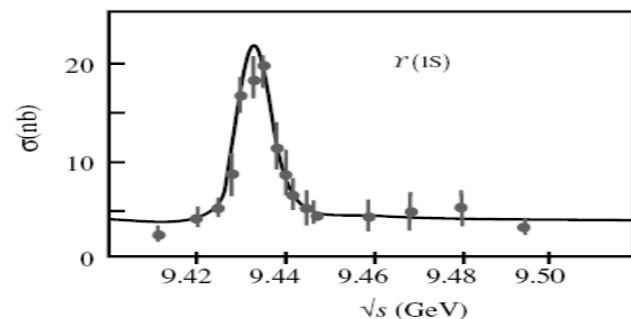
no i odkrywano nowe

stany....

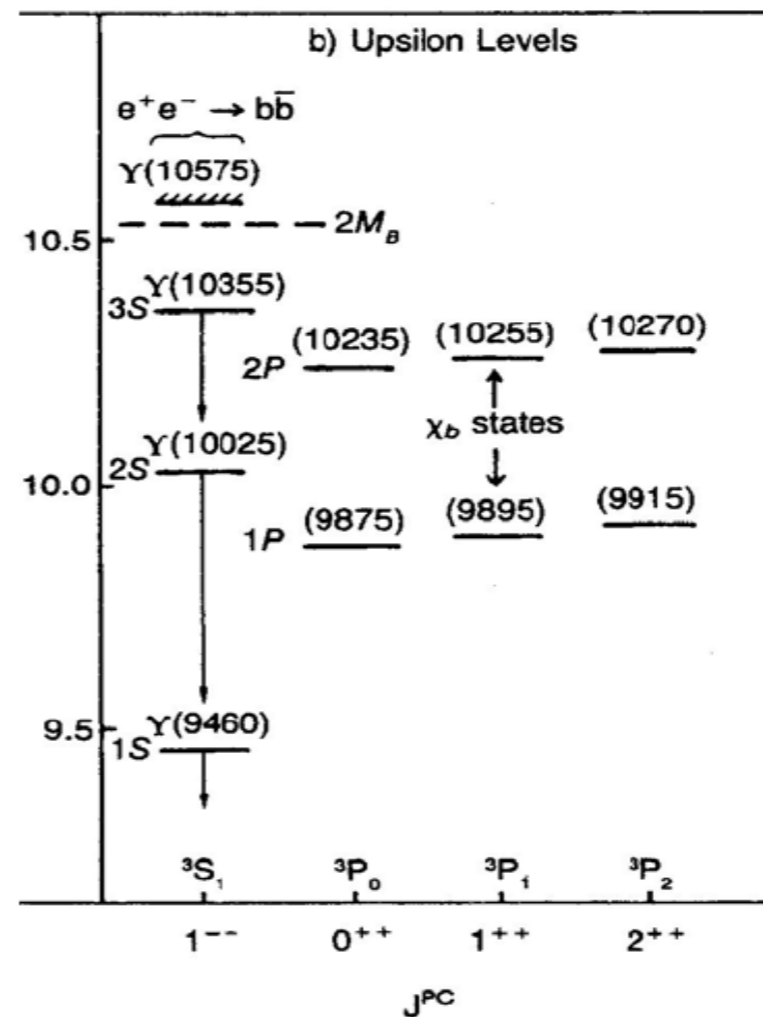
State	Quark	M (MeV)	Γ/τ	J^{PC}	I
$\Upsilon(1^1S_3)$	$b\bar{b}$	9460	54 keV	1^{--}	0
$\Upsilon(2^1S_3)$	$b\bar{b}$	10023	32 keV	1^{--}	0
$\Upsilon(3^1S_3)$	$b\bar{b}$	10355	20 keV	1^{--}	0
$\Upsilon(4^1S_3)$	$b\bar{b}$	10580	20 MeV	1^{--}	0
B^+	$u\bar{b}$	5279	1.6 ps	0^-	1/2
B^0	$d\bar{b}$	5279	1.5 ps	0^-	1/2
B_s^0	$s\bar{b}$	5368	1.5 ps	0^-	0
B_c^+	$c\bar{b}$	6286	0.5 ps	0^-	0

Bottonium

Późniejsze wyniki (CLEO 1980):



Spektrum „bottonium”

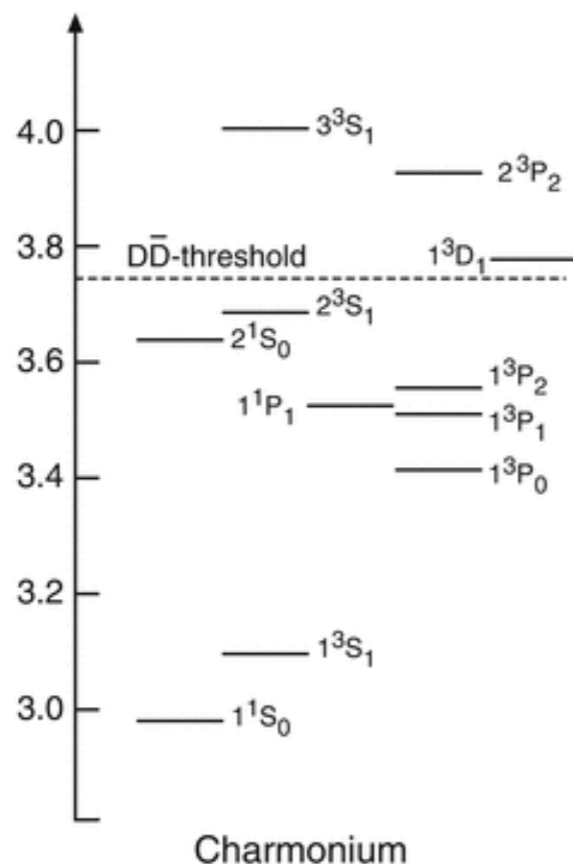


Model potencjalny

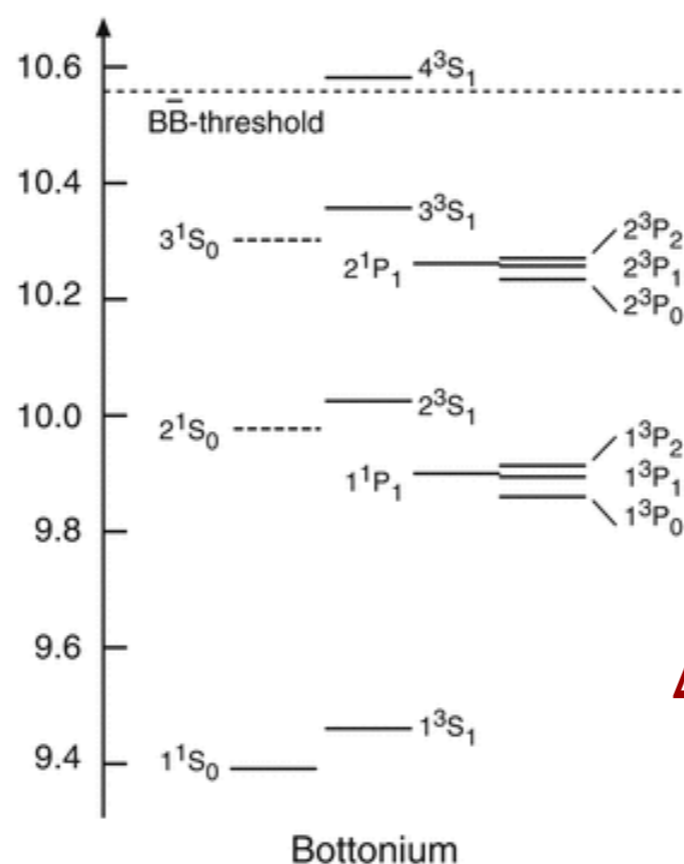
Odkrycie dwóch stanów związanych ciężkich kwarków i ich całego spektrum porównuje się do układu pozytonium (elektron – pozyton), który oddziałuje ze sobą poprzez potencjał kulombowski

$$V_{em} = -\frac{\alpha_{em}}{r}.$$

Mass [GeV/ c²]



Mass [GeV/ c²]



A zatem część potencjału przy małych odległościach (nierelatywistyczną, bo kwarki ciężkie) oddz. silnych można zapisać jako:

$$V_{QCD} = -\frac{4\alpha_s}{3r}$$

$$\Delta E_s \approx 500 \text{ MeV}$$

Ostatni element

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} +\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{matrix}$$

Poszukiwanie „brata” kwarka b o ładunku $Q=+2/3$ zajęło 20 lat.

Kwark t miał być bardzo ciężki i produkowany musiał być w parach.

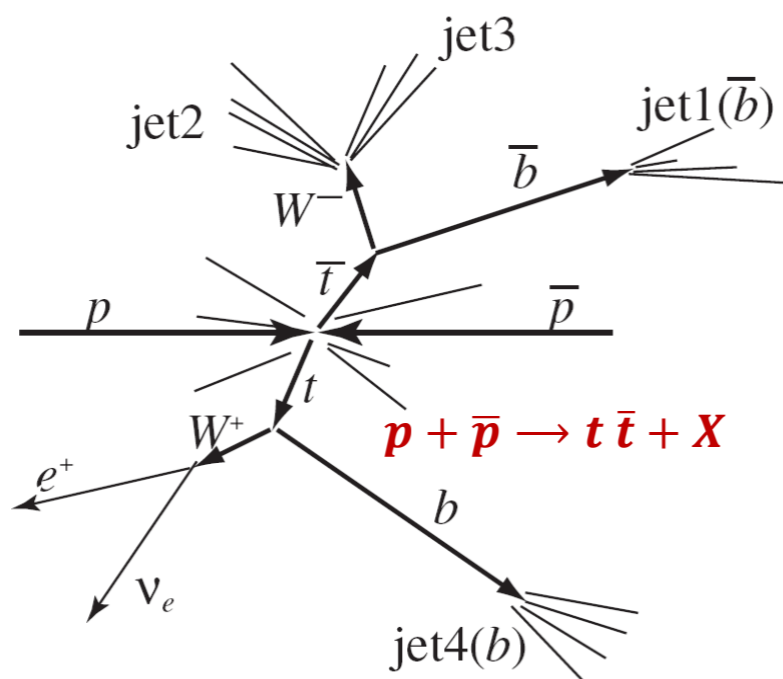
1995 roku w Tevatronie ogłoszono 27 przypadków przy $\sqrt{s} = 2$ TeV w procesie: $p + \bar{p} \rightarrow t \bar{t} + X$

$$t \rightarrow W^+ + b \rightarrow W^+ + jet(\bar{b})$$

$$W \rightarrow e \nu_e$$

$$\bar{t} \rightarrow W^- + \bar{b} \rightarrow W^- + jet(b)$$

$$W \rightarrow q \bar{q} \rightarrow jet\ 2 + jet\ 3$$

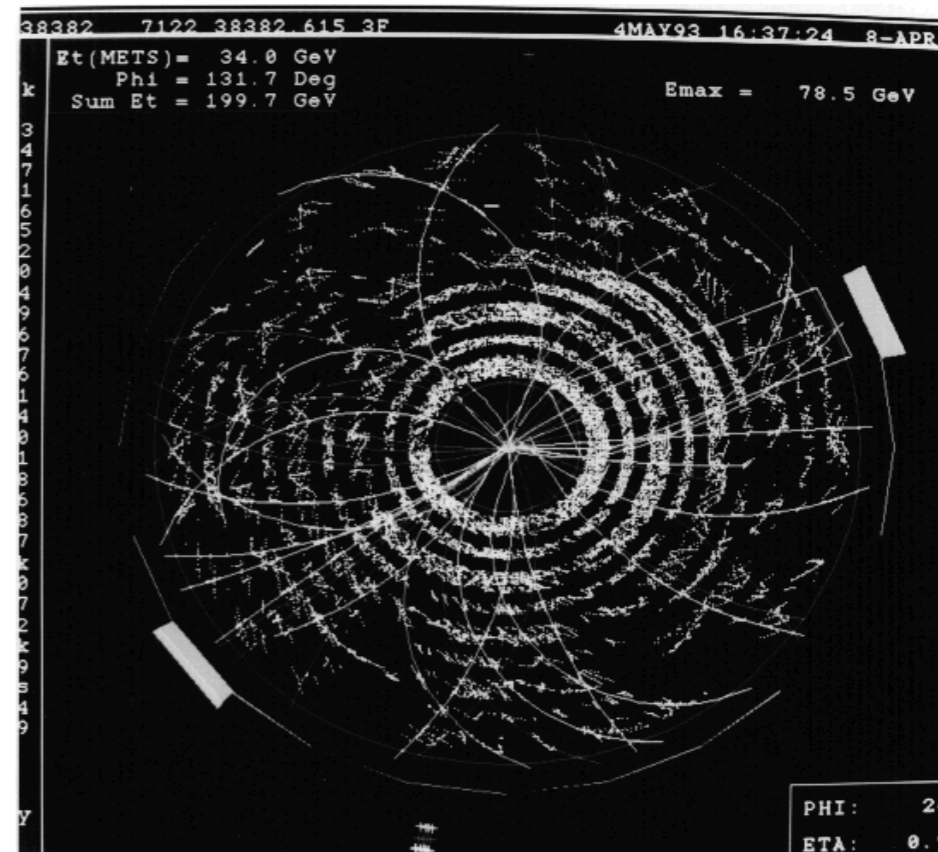
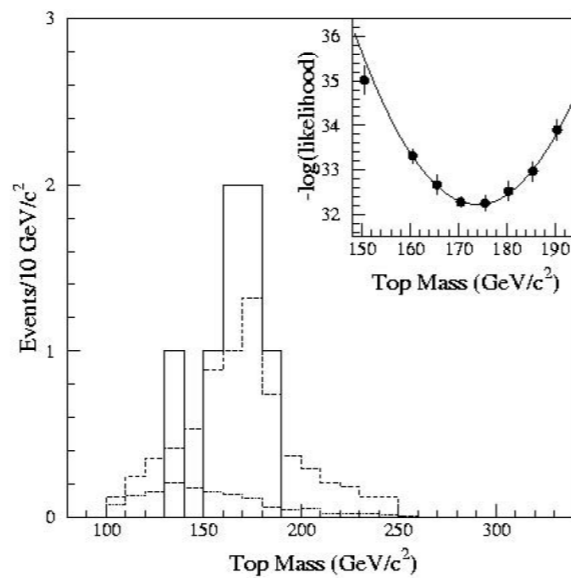
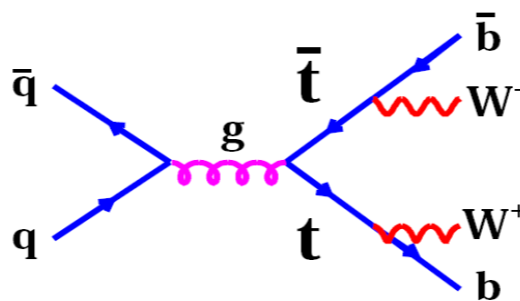
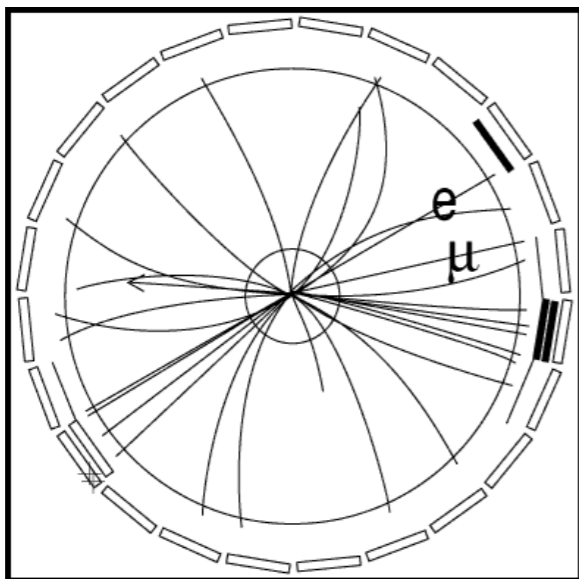


Szuka się:

- jeden elektron (mion),
- jedno neutrino,
- 4 pęki hadronów (2 z b),

tu widać „przemianę” kwarka t w kwark b – jest to możliwe TYLKO w oddziaływaniach słabych

Topowy przypadek



Kwark t

Masa t mogła być wyznaczona **bezpośrednio** poprzez masę produktów jego rozpadu:

$$M(t) = 174.2 \pm 3.3 \text{ GeV}$$

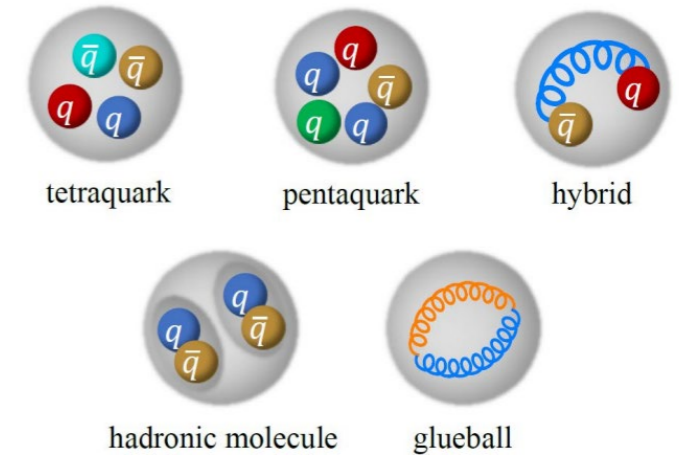
Kwark t jest tak ciężki, że zanim utworzy stan związany, ulega rozpadowi.

Jego czas życia jest krótszy niż typowy czas hadronizacji.

Brak „toponium” !

Brak top - hadronów.

Hadrony (nie)standardowe

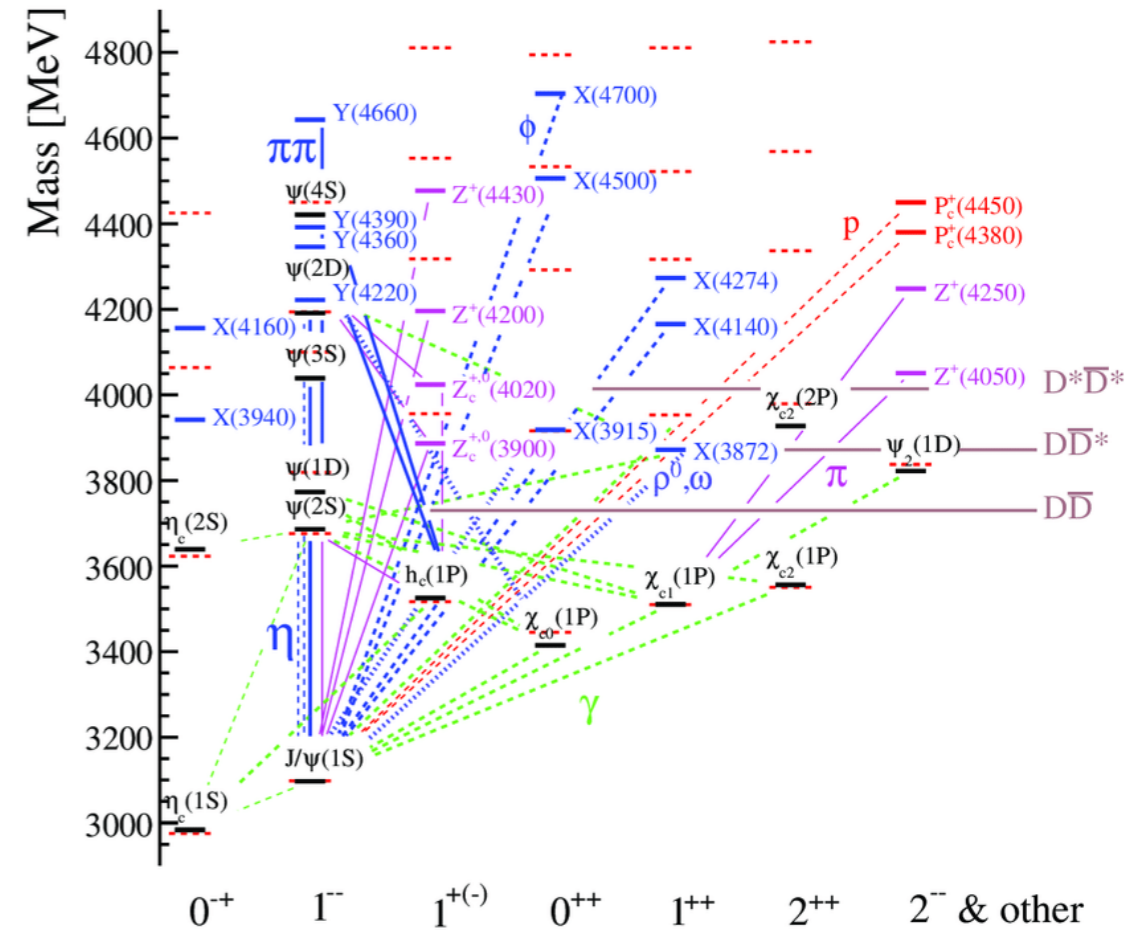
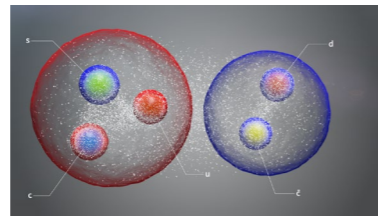


- „Exotic”: mesons or baryons with „exotic” quantum number (J^{PC} cannot be formed from $qq\bar{q}$ or qqq).

1974 discovery of charmonium $J/\psi, \psi', \chi_{c0,1,2}$,

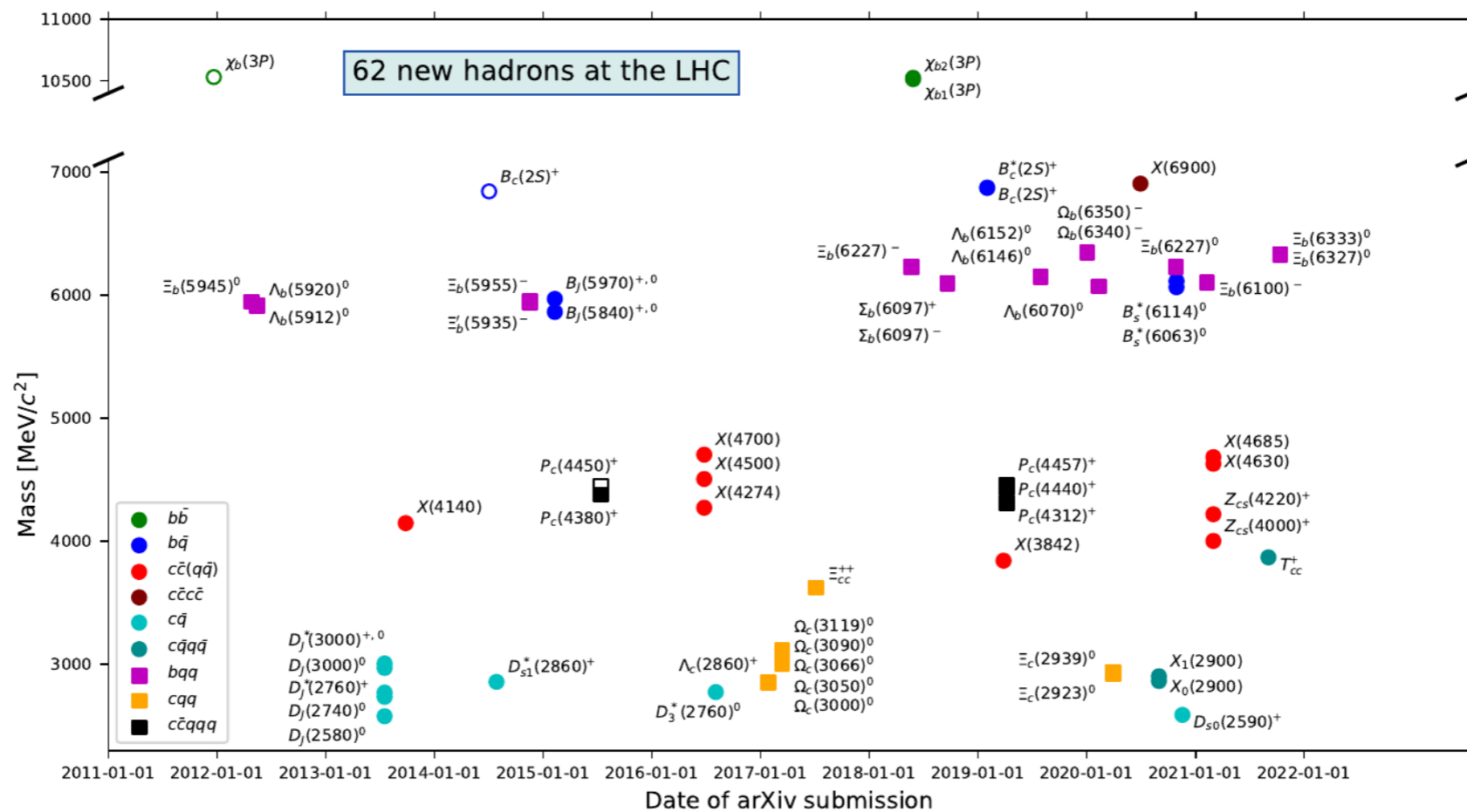
1977 – bottonium $\Upsilon, \Upsilon', \Upsilon'''$.

- Both systems have masses and widths in agreement with the potential model.
- If new state does not fit – it must contain a substructure more complex than $Q\bar{Q}$



Stany egzotyczne

Number of intriguing states: $Z(4430)^\pm$, $P_c(4380)$, $P_c(4450)$ and > 20 other.



Stany egzotyczne - nazwy

PDG – no rule for exotic states.

Idea of the proposal:

- T for tetra, P for pentaquark
- Superscript: indication of izospin, parity and G-parity
- Subscript: heavy quark content.
- no change in name if not unambiguously declared exotic

Minimal quark content	Current name	I^G, J^{PC}	Proposed name
$c\bar{c}$	$\chi_{c1}(3872)$	$I^G = 0^+, J^{PC} = 1^{++}$	$\chi_{c1}(3872)$
$c\bar{c}ud$	$Z_c(3900)^+$	$I^G = 1^+, J^P = 1^+$	$T_{\psi 1}^b(3900)^+$
$c\bar{c}u\bar{d}$	$X(4100)^+$	$I^G = 1^-$	$T_{\psi}(4100)^+$
$c\bar{c}u\bar{d}$	$Z_c(4430)^+$	$I^G = 1^+, J^P = 1^+$	$T_{\psi 1}^b(4430)^+$
$c\bar{c}(s\bar{s})$	$\chi_{c1}(4140)$	$I^G = 0^+, J^{PC} = 1^{++}$	$\chi_{c1}(4140)$
$c\bar{c}u\bar{s}$	$Z_{cs}(4000)^+$	$I = \frac{1}{2}, J^P = 1^+$	$T_{\psi s 1}^{\theta}(4000)^+$
$c\bar{c}u\bar{s}$	$Z_{cs}(4220)^+$	$I = \frac{1}{2}, J^P = 1^?$	$T_{\psi s 1}(4220)^+$
$c\bar{c}c\bar{c}$	$X(6900)$	$I^G = 0^+, J^{PC} = ?^?+$	$T_{\psi\psi}(6900)$
$cs\bar{u}\bar{d}$	$X_0(2900)$	$J^P = 0^+$	$T_{cs 0}(2900)^0$
$cs\bar{u}\bar{d}$	$X_1(2900)$	$J^P = 1^-$	$T_{cs 1}(2900)^0$
$cc\bar{u}\bar{d}$	$T_{cc}(3875)^+$		$T_{cc}(3875)^+$
$bb\bar{u}\bar{d}$	$Z_b(10610)^+$	$I^G = 1^+, J^P = 1^+$	$T_{\gamma 1}^b(10610)^+$
$c\bar{c}uud$	$P_c(4312)^+$	$I = \frac{1}{2}$	$P_{\psi}^N(4312)^+$
$c\bar{c}uds$	$P_{cs}(4459)^0$	$I = 0$	$P_{\psi s}^{\Lambda}(4459)^0$

P_{cs} is a possible J/ψ resonance

c indicates $c\bar{c}$ content,

s -open strangeness,

$N: I = \frac{1}{2}, \Lambda: I = \frac{3}{2}$

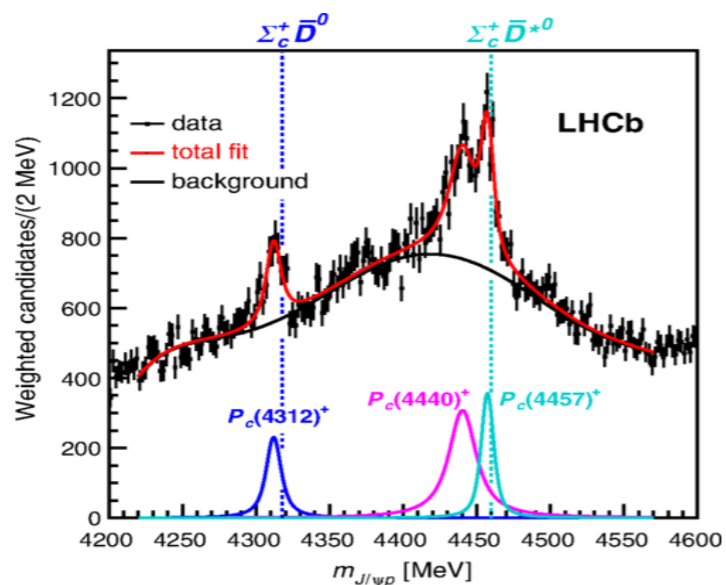
Stany egzotyczne - historia

2003 Belle sees $X(3872)$ in $B^+ \rightarrow J/\psi K^+ \pi^+ \pi^-$ (by accident).

2005 Belle searched for $X(3872)$ in $B^+ \rightarrow J/\psi K^+ \omega$ but found $Y(3940)$.

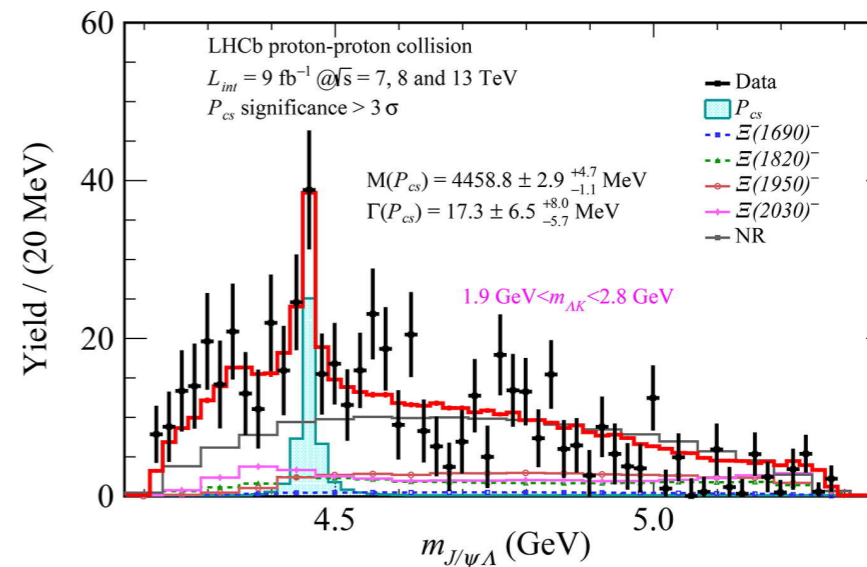
2005 BaBar searched for $X(3872)$ in $e^+ e^- \rightarrow X(3872)$ but found $Y(4260)$.

2015-19 LHCb $P_{\psi}^N(4312)^+ c\bar{c}uud$ in $\Lambda_b \rightarrow J/\psi p K$ (+ 2 peaks)



[PRL 122, 222001 \(2019\)](#)

2021 3.1σ evidence for $P_{\psi S}^{\Lambda}(4459) c\bar{c}uds$ in $\Xi_b^- \rightarrow J/\psi \Lambda K$



[Sci.Bull. 66 \(2021\) 1278-1287](#)

Stany egzotyczne

- First observation of $B^+ \rightarrow D_s^+ D_s^- K^+$
- LHCb: 9 fb^{-1}
- Reconstruction:
 - $D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$
- Selection similar to $B \rightarrow \bar{D} D_s^+ \pi$
 - $N_{\text{sig}} = 360 \pm 22$
 - Purity: 84%
- Near-threshold $D_s^+ D_s^-$ enhancement
 - $X(3960)$ - near-threshold peak
 - $X(4140)$ - dip at about 4.14 GeV via interference

