



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE  
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

# Wstęp do Modelu Standardowego

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

Przekrój czynny:

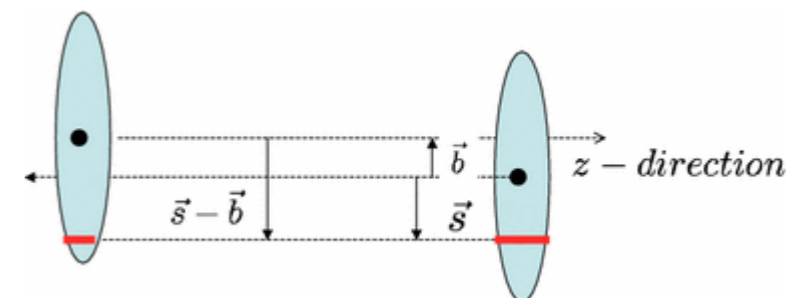
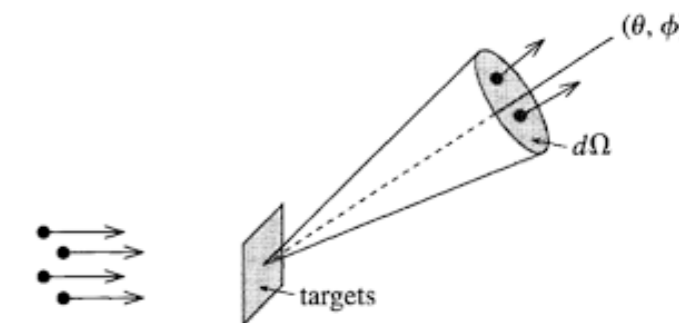
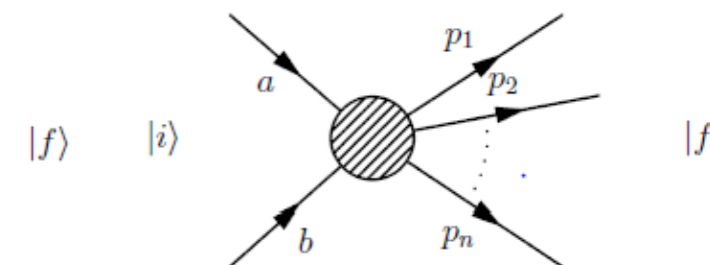
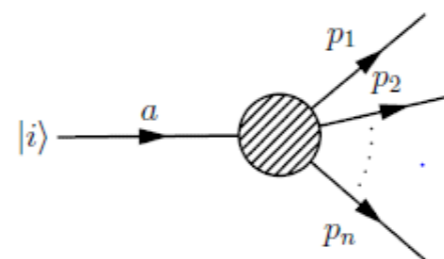
- trochę teorii,
- trochę praktyki

# Jak powiązać rozważania teoretyczne z pomiarem?

- Fizyka cząstek bazuje na dwóch typach obserwabli:

- szybkość rozpadu (Decay Rate)  $\Gamma$
- przekrój czynny (Scattering Cross Section)  $\sigma$

- Związek pomiędzy przewidywaniami teoretycznymi a pomiarem wyrażany jest przez macierz opisującą oddziaływanie i złotą regułę Fermiego (**FGR**)
- Macierz rozpraszania jest zapisywana w postaci operatora działającego na stan początkowy, w wyniku czego powstaje stan końcowy.
- Z macierzy rozpraszania  $S$  wyznacza się różniczkowy przekrój czynny  $d\sigma/d\Omega$ , który jest najczęstszą obserwabłą na eksperymentach w geometrii spektrometru (uwaga na później).
- Całkowity przekrój czynny  $\sigma$  wyznacza się z reguły na eksperymentach ze zderzaniem cząstek (jak z  $d\sigma$  wyznaczyć  $\sigma$ ?)



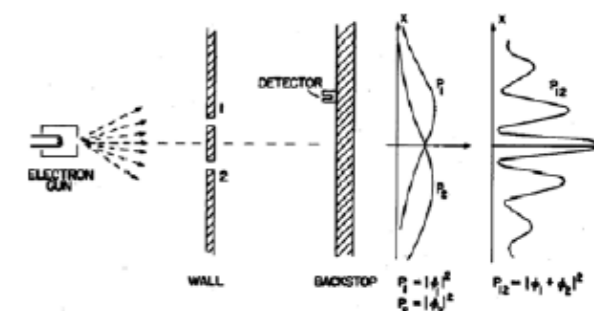
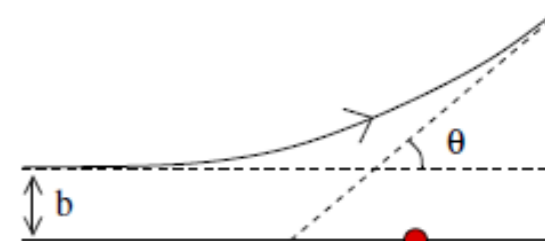
# Rozpraszanie - teoria a praktyka

Theory is when you know everything but nothing works.

Practice is when everything works but no one knows why.

In our lab, theory and practice are combined: nothing works and no one knows why.

- Klasyczna teoria rozpraszania:
  - rozpraszanie twardych obiektów (sfer)
  - dobrze określone trajektorie
  - parametr zderzenia  $b$ .
- Kwantowa teoria rozpraszania:
  - rozpraszanie pakietów falowych
  - wyliczalne jedynie prawdopodobieństwa.

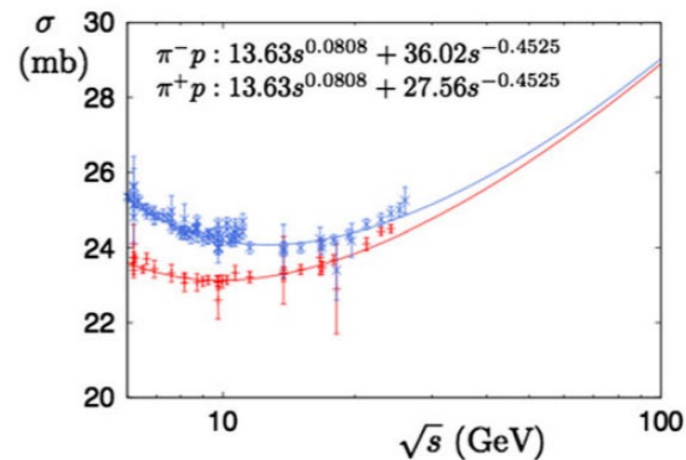
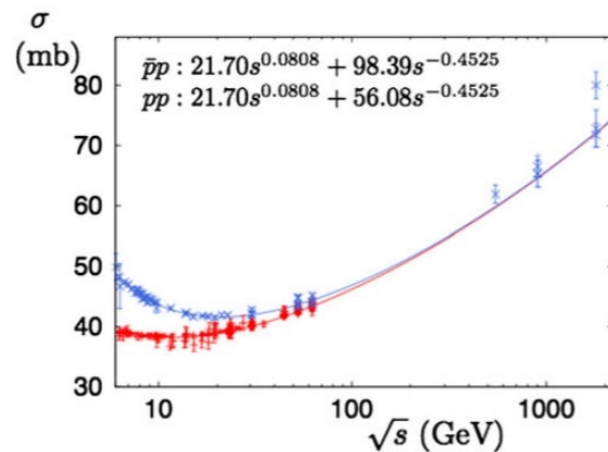


In theory, theory and practice are the same. In practice, they are not.

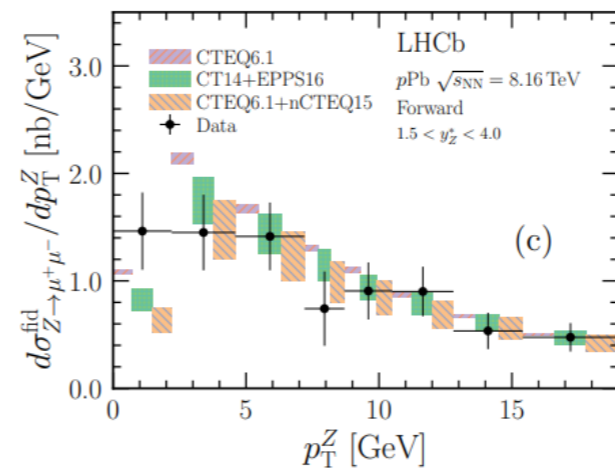
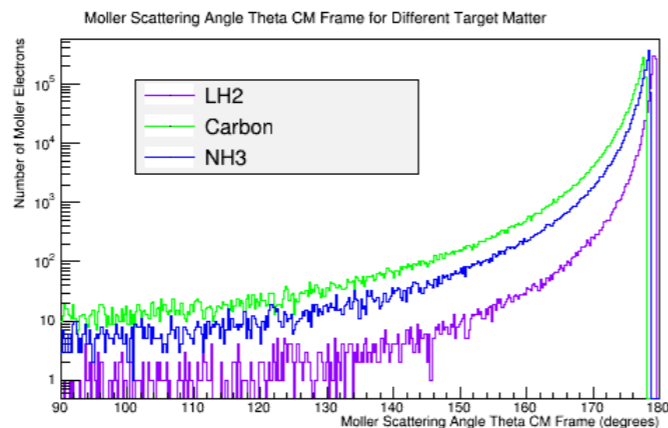
— Albert Einstein —

# Przekrój czynny – wyniki FWE

- Całkowity przekrój czynny na oddziaływanie protonów/pionów:



- Różniczkowy przekrój czynny:



# Rozpraszanie (MK)

- Zajmiemy się rozpraszaniem elastycznym, cząstek bez spinu, nierelatywistycznych, oddziałujących poprzez potencjał  $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ , czyli rozpraszanie na potencjale  $V(\vec{r})$ ,
- Mechanika kwantowa – szukamy stanów własnych energii  $\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r})e^{-iEt/\hbar}$ , rozwiązujemy TISchR:

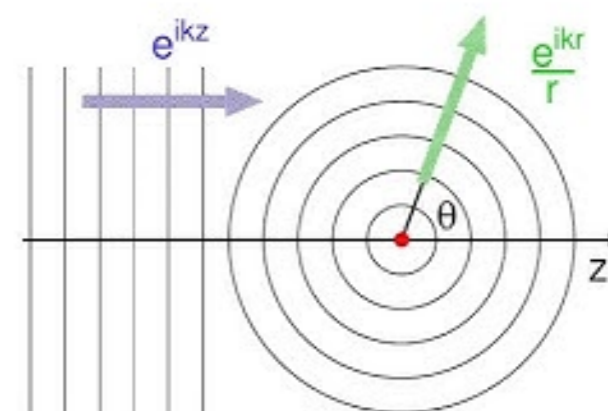
$$\left[ -\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

co zapiszemy jako:

$$\left[ -\frac{\hbar}{2m} (\nabla^2 + k^2) + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = 0$$

- Rozwiązanie jest postaci (dla dużych  $r$ , potencjał jest krótkozasięgowy):

$$\psi(\vec{r}) = e^{ikz} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}$$



# Amplituda rozpraszania

- Funkcja  $f(\theta, \phi)$  to amplituda rozpraszania (zespolona) – opisuje względną zmianę amplitudy i fazy w stosunku do wiązki (fali) początkowej.
- Funkcja falowa daleko od tarczy (a tam są detektory) to superpozycja początkowej funkcji falowej i rozproszonej fali kulistej:

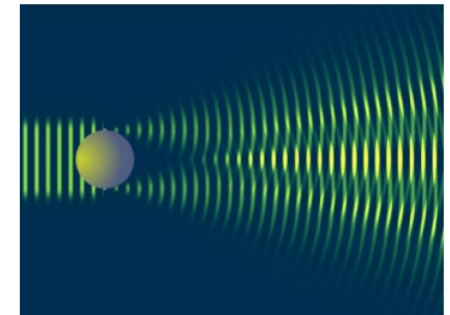
$$\psi(\vec{r}) = e^{ikz} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}$$

- Zapisując początkową funkcję jako sumę fal kulistych wchodzących i wychodzących:

$$e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = \frac{i}{2k} \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell} (2\ell + 1) \left[ \frac{e^{-i(kr - \ell\pi/2)}}{r} - \frac{e^{i(kr - \ell\pi/2)}}{r} \right] P_{\ell}(\cos \theta)$$

a potencjał zależy jest jedynie od  $r$ , mamy:  $\psi(\vec{r}) \cong e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$

$$f(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) f_{\ell}(k) P_{\ell}(\cos \theta) \quad f_{\ell}(k) \text{ – fale parcjalne rozproszonej amplitudy}$$



[scattering -link](#)

## Analiza fal parcjalnych

$$f(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) f_{\ell}(k) P_{\ell}(\cos \theta) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \left| \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_{\ell}} \sin(\delta_{\ell}) P_{\ell}(\cos \theta) \right|^2$$

- Różniczkowy przekrój czynny (def), jest to stosunek rozproszonego strumienia do strumienia

początkowego:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$

- Metoda fal parcjalnych polega na zapisaniu funkcji falowej jako serii fal oznaczanych momentem pędu

$$\psi(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} R_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta)$$

i obliczeniu, co się z nimi dzieje pod wpływem potencjału  $U(r)$ :

$$\left[ \partial_r^2 + \frac{2}{r} \partial_r - \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} - U(r) + k^2 \right] R_{\ell}(r) = 0$$

$$U(r) = 2mV(r)/\hbar^2$$

[poczytaj więcej tutaj](#)

- Metodę fal parcjalnych używa się przy niskich energiach lub w analizie spektroskopowej.
- Dla wysokich energii kontrybuuje zbyt wiele fal parcjalnych → Przybliżenie Borna

# Differential cross-section

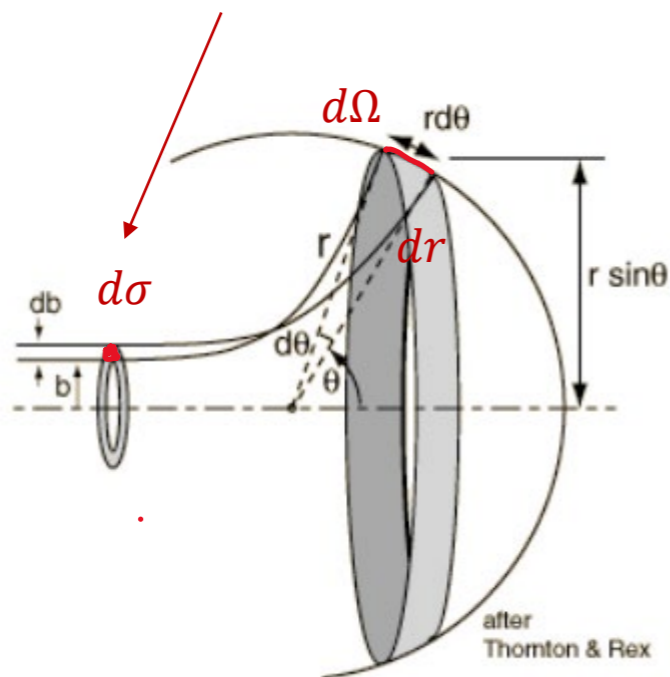
- Różniczkowy przekrój czynny (np. elektron w polu jądra, i.e. fala płaska rozpraszająca się na potencjale  $V(\vec{r})$ ):

$$d\sigma \equiv \frac{\text{liczba cząstek rozproszona w jednostce czasu w kąt bryłowy } d\Omega}{\text{początkowy strumień (flux) cząstek}}$$

$$[d\sigma] = \frac{1/t}{m^2 1/t} = 1/m^2$$

strumień = liczba cząstek/(powierzchnia  $d\sigma$  x czas)

- Inaczej -  $d\sigma$  to powierzchnia, przez którą przechodzą cząstki rejestrowane w kącie bryłowym  $d\Omega$ .



$dn$  – liczba cząstek w małej objętości objętej  $\Omega$ ,

$$dn = \underbrace{\left| f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r} \right|^2}_{\psi_{scatt}^2} r^2 d\Omega dr = |f(\theta)|^2 d\Omega dr$$

$r^2 d\Omega$  – powierzchnia wycinka  $d\Omega$

$r^2 d\Omega dr$  – objętość

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$



## Differential cross-section

- Różniczkowy przekrój czynny (np. elektron w polu jądra, i.e. fala płaska rozpraszająca się na potencjale  $V(\vec{r})$ ):

$$d\sigma \equiv \frac{\text{liczba cząstek rozproszona w jednostce czasu w kąt bryłowy } d\Omega}{\text{początkowy strumień (flux) cząstek}}$$

$$[d\sigma] = \frac{1/s}{m^2 \cdot 1/s} = 1/m^2$$

strumień = liczba cząstek/(powierzchnia  $d\sigma$  x czas)

- Inaczej -  $d\sigma$  to powierzchnia, przez którą przechodzą cząstki rejestrowane w kącie bryłowym  $d\Omega$ .

- Cząstki przechodzą przez objętość tego małego elementu w czasie  $dt = \frac{dr}{v} = \frac{dr}{p/m} = \frac{dr}{(\hbar k/m)}$ .

- Zatem l. cząstek rozproszona w jednostce czasu:  $\frac{dn}{dt} = \frac{\hbar k}{m} |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega$

- Początkowy strumień – gęstość x prędkość =  $|\phi|^2 \vec{v} = |e^{ikz}|^2 \frac{p}{m} \hat{z} = \frac{\hbar k}{m} \hat{z}$

- Czyli stosunek rozproszonego strumienia do strumienia początkowego:  $d\sigma = \frac{\frac{\hbar k}{m} |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega}{\frac{\hbar k}{m}}$

- Różniczkowy przekrój czynny :  $d\sigma = |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \phi)|^2$$

[pooglądaj więcej tutaj](#)

# Całkowity przekrój czynny

$$\text{gdy: } d\sigma = |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega$$

$$\text{to całkowy przekrój czynny: } \sigma = \int d\sigma = \int |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega$$

- Ogólnie: cząstka przechodząca przez mały przekrój  $d\sigma$  rozprasza się w kąt bryłowy  $d\Omega$ , czyli:

$$d\sigma = D(\theta)d\Omega$$

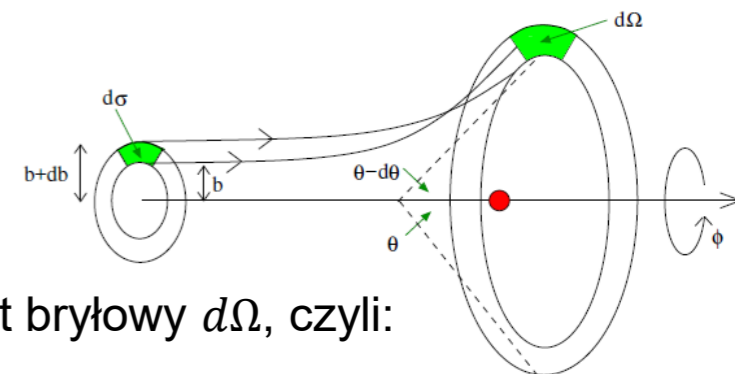
- W eksperymentach FWE ze zderzeniami liczbę cząstek padających na jednostkową powierzchnię tarczy w jednostce czasu nazywa się.....

ŚWIETLNOŚĆ (luminosity)  $\mathcal{L}$

- Mamy zatem liczbę cząstek przechodzących przez  $d\sigma$ :  $dn = \mathcal{L} d\sigma = \mathcal{L} D(\theta)d\Omega$
- Co często podawane jest jako definicja przekroju czynnego:

$$D(\theta) = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega}$$

Detektor rejestruje  $dN$  cząstek w  $d\Omega$  i normalizujemy to do świetlności



# Przybliżenie Borna

- Dla wysokich energii przekrój czynny ( a raczej amplitudy rozpraszania) wyznacza się również stosując przybliżenie Borna.
- Zakładamy:
  - ✓ rozpraszanie jest procesem perturbacyjnym, oddziaływanie jest słabe, energia cząstki jest wysoka,
  - ✓ początkowa fala nie jest zaburzona przez potencjał  $V(\vec{r})$ .

- Funkcja rozproszonej fali wyrażana jest za pomocą funkcji Greena\*:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \frac{1}{4\pi} \int d^3r' \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} U(\mathbf{r}')\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}')$$

- W ten sposób rozkładamy rozproszonej falę jako perturbacyjny szereg z potencjałem rozpraszania.

- człon „zerowy” to niezaburzona fala,

- poprawka pierwszego rzędu:  $\psi_{\mathbf{k}}^{(1)}(\mathbf{r}) = \phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) + \int d^3r' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')U(\mathbf{r}')\psi_{\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}')$

- poprawka drugiego rzędu:  $\psi_{\mathbf{k}}^{(2)}(\mathbf{r}) = \phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) + \int d^3r' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')U(\mathbf{r}')\psi_{\mathbf{k}}^{(1)}(\mathbf{r}')$

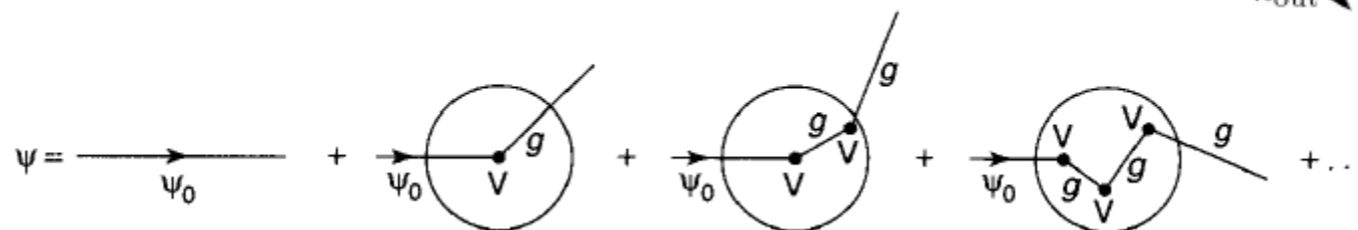
# Przybliżenie Borna

- Amplituda rozpraszania dla  $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} + f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}$

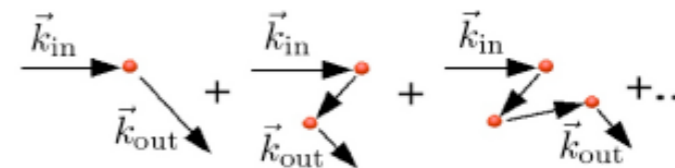
wygląda tak:

$$f(\theta, \phi) = -\frac{1}{4\pi} \langle \phi_{\vec{k}'} | U | \psi_{\vec{k}} \rangle \equiv -\frac{1}{4\pi} \int d^3 r' e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}'} U(\vec{r}') \psi_{\vec{k}}(\vec{r}')$$

- Można to interpretować, jako szereg wielokrotnych rozproszeń na potencjale.



$$\psi = \psi_0 + \int gV \psi_0 + \int gV gV \psi$$



- Co zainspirowała Feynmana do interpretacji rozproszenia jako diagramów z kolejnymi rzędami oddziaływania, a funkcja Greena to propagator

# Przybliżenie Borna

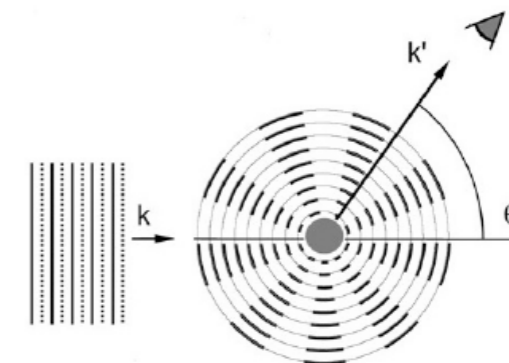
- Przekrój czynny:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2 = \frac{m^2}{(2\pi)^2 \hbar^4} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}|^2$
- Potencjał rozpraszania działa na stany pośrednie  $\phi_{\mathbf{k}}$ :

$$T_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} = \langle \phi_{\mathbf{k}'} | V | \psi_{\mathbf{k}} \rangle$$

$$V(\mathbf{r}) = \hbar^2 U(\mathbf{r}) / 2m$$

- W pierwszym rzędzie przybliżenia Borna mamy:

$$f_{\text{Born}} = -\frac{1}{4\pi} \langle \phi_{\mathbf{k}'} | U | \phi_{\mathbf{k}} \rangle$$



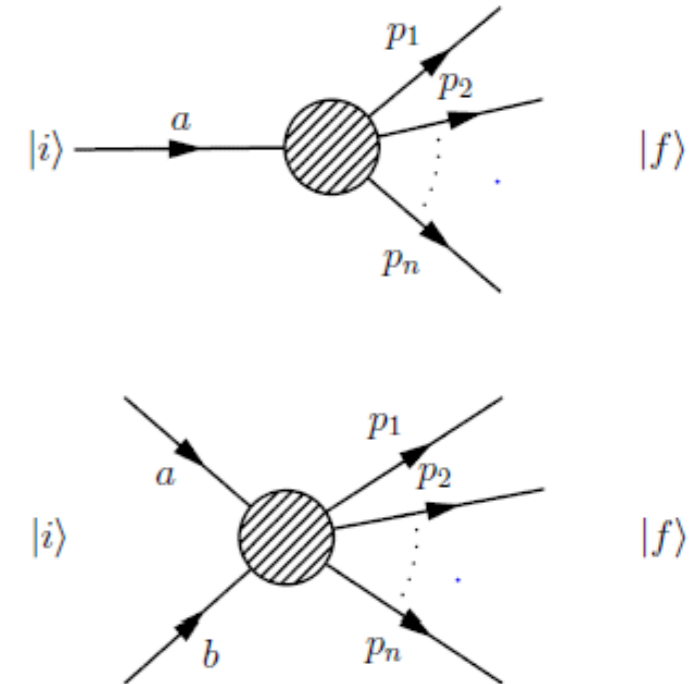
- Przybliżenie Borna wprowadza element macierzowy oddziaływania, który jest miarą „siły” przejścia pomiędzy stanami  $|i\rangle$  a  $|i\rangle$ .

# Przybliżenie Borna - przykłady

- Przybliżenie Borna stosuje się np. dla:
  - potencjału Yukawy:  $V(r) = \frac{1}{r} e^{-mr}$
  - potencjału Coulombowskiego (rozpraszanie Rutherforda)
  - rozpraszania elektronów na atomach, jonach,
  - rozpraszanie neutronów, promieniowania X na sieciach krystalicznych
  - w wielu procesach z optyki i FCS, chemii kwantowej, etc
  
- Przybliżenie Borna nie podaje żadnych reguł, jakie stany są dozwolone, nie mówi nic o kinematyce – o tym będzie Złota Reguła Fermiego

# Jak powiązać rozważania teoretyczne z pomiarem?

- Fizyka cząstek bazuje na dwóch typach obserwabli:
  - szybkość rozpadu (Decay Rate)  $\Gamma$  - pr-two rozpadu cząstki na jedn.czasu
  - przekrój czynny (Scattering Cross Section)  $\sigma$  – pr-two, że cząstki oddziałają, a właściwie powierzchnia, przez którą przechodzą oddziałujące cząstki
- Związek pomiędzy przewidywaniami teoretycznymi a pomiarem wyrażany jest przez macierz rozproszenia i złotą regułę Fermiego (**FGR**)
- Macierz rozpraszania jest zapisywana w postaci operatora działającego na stan początkowy, w wyniku czego powstaje stan końcowy.



# Rozpady

Rozpady są to procesy typu  $a \rightarrow b + c + d$

W rozpadach interesuje nas:

- (średni) czas życia,
- sposób rozpadu,
- prawdopodobieństwo rozpadu

## Czas życia:

rozpad ma charakter stochastyczny – każdy mion (np.) ma inną długość życia (nawet mion w spoczynku) i p-two rozpadu nie zależy od długości życia (rozpady eksponencjalne nie mają „pamięci”),

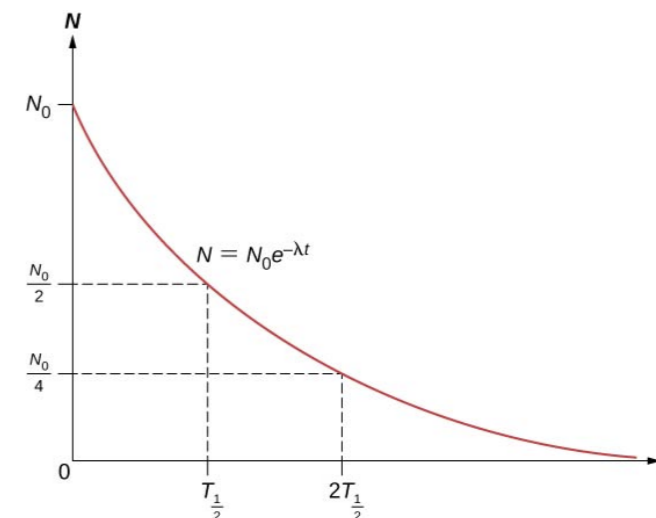
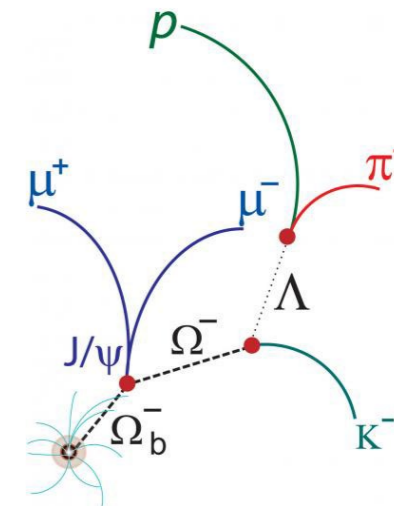
- można mówić p-twie na jedn.czasu, że mion się rozpadnie, czyli o *decay rate*  $\Gamma$ ,
- dla wielu obserwowanych mionów, liczba rozpadów:

$$dN = -\Gamma N dt$$

$$N(t) = N(0) e^{-\Gamma t} = N(0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- mówimy o **średnim** czasie życia zgodnie z:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}$$





# Rozpady

Jeżeli cząstka rozpada się na  $i$  – sposobów, to:

$$dN = -N \Gamma_1 dt - N \Gamma_2 dt - \dots = -N \sum_i \Gamma_i = -N \Gamma dt$$

gdzie całkowita szybkość rozpadu jest sumą wszystkich *rozpadów parcjalnych*:

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i$$

a względna częstość rozpadu (*Branching Ratio, Branching Fraction*):  $BR(i) = \frac{\Gamma_i}{\Gamma}$

## 2019 Review of Particle Physics.

M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018) and 2019 update.

### STRANGE MESONS

( $S = \pm 1, C = B = 0$ )

$K^+ = u \bar{s}, K^0 = d \bar{s}, \bar{K}^0 = \bar{d} s, K^- = \bar{u} s$ , similarly for  $K^{*}$ 's

$K_S^0 \quad I(J^P) = 1/2(0^-)$

Mode	Fraction ( $\Gamma_i / \Gamma$ )
▼ Hadronic modes	
$\Gamma_1$ $\pi^0 \pi^0$	$(30.69 \pm 0.05)\%$
$\Gamma_2$ $\pi^+ \pi^-$	$(69.20 \pm 0.05)\%$
$\Gamma_3$ $\pi^+ \pi^- \pi^0$	$(3.5_{-0.9}^{+1.1}) \times 10^{-7}$

# Złota Reguła Fermiego

Złota reguła Fermiego podaje przepis na prawd-two przejścia dla reakcji na jednostkę czasu (w odniesieniu do 1. cząstki tarczy):

$$W = \Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \rho(E_i)$$

$$T_{fi} = \langle f | \widehat{H}' | i \rangle$$

$T_{fi}$  - element macierzowy amplitudy przejścia  $i \rightarrow f$ ,

$\widehat{H}'$  - hamiltonian oddziaływania (fizyka!)

} przewidywania, teoria!

Szybkość przejścia zależy zatem od:

- macierzy przejścia (teoria oddziaływań, dynamika procesu)  $T_{fi}$ ,
- liczby dostępnych stanów (zasady zachowania), która zależy od kinematyki  $\rho(E_i)$
- postaci stanów  $|i\rangle$  i  $|f\rangle$  (np. funkcja falowa)

# Złota Reguła Fermiego

Alternatywna postać reguły:  $\Gamma_{fi} = 2\pi \int |T_{fi}|^2 \delta(E_i - E) dn$

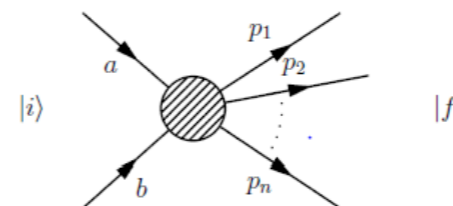
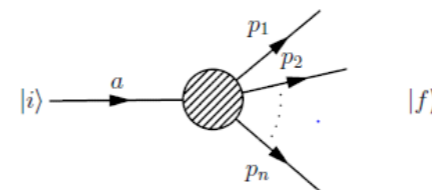
$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \times (\textit{phase space})$$

FGR można wyprowadzić z równań relatywistycznych i nierelatywistycznych, dla zainteresowanych [1]:

ale lepiej rozważyć „nasze” problemy:

- rozpad
- rozproszenie

od strony doświadczalnej i teoretycznej

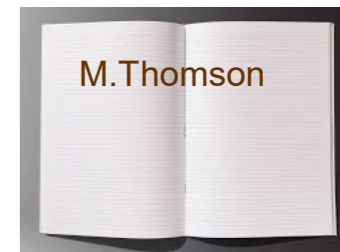


[1] <https://web2.ph.utexas.edu/~schwitte/PHY362L/QMnote.pdf>

M. Thomson, *Modern Particle Physics*

D.J.Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, John Wiley @ Sons 1987, p. 198

# FGR - rozpady



Rozpady  $a \rightarrow 1 + 2$ :

W pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń amplituda przejścia:

$$T_{fi} = \langle \psi_1 \psi_2 | \widehat{H}' | \psi_a \rangle = \int \psi_1^* \psi_2^* \widehat{H}' \psi_a d^3x \quad \int \psi^* \psi d^3x = 1$$

A w przybliżeniu Borna stan początkowy i końcowy reprezentowany jest przez falę:

$$\psi(\vec{x}, t) = A e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)}$$

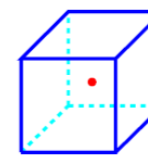
Niezmiennicza lorentzowsko postać ZRF jest nieco inna, funkcja falowa jest znormalizowana do całkowitej energii:

$$\int \psi'^* \psi' d^3x = 2E \quad \text{czyli:} \quad \psi' = \sqrt{2E} \psi$$

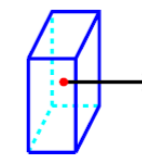
Ogólnie dla procesu typu:  $a + b + \dots \rightarrow 1 + 2 + \dots$

Niezmienniczy lorentzowsko element macierzowy liczony dla niezmienniczej fci falowej ma postać:

$$M_{fi} = \langle \psi'_1 \psi'_2 \dots | \widehat{H}' | \psi'_a \psi'_b \dots \rangle = (2E_1 \cdot 2E_2 \cdot \dots \cdot 2E_a \cdot 2E_b \cdot \dots)^{1/2} T_{fi}$$



Rest Frame  
1 particle/V



Lab. Frame  
1 particle/(V/γ)

element przestrzeni transformuje się jak:

$$dV \rightarrow dV' = \gamma dV$$

TL energii:

$$E \rightarrow E' = \gamma E$$

gęstość pr-twa:

$$|\psi(x)|^2 \rightarrow |\psi'(x)|^2 = |\psi(x)|^2 / \gamma$$

czyli:  $|\psi'(x)|^2 = (2E)^{-1/2} |\psi(x)|^2$

## ZRF – rozpady cd

Dla rozpadu dwuciałowego  $a \rightarrow 1 + 2$  Złota Reguła Fermiego jest w postaci:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \int |T_{fi}|^2 \delta(E_a - E_1 - E_2) dn$$

Liczba dozwolonych stanów (zachowanie 4-pędu\* :

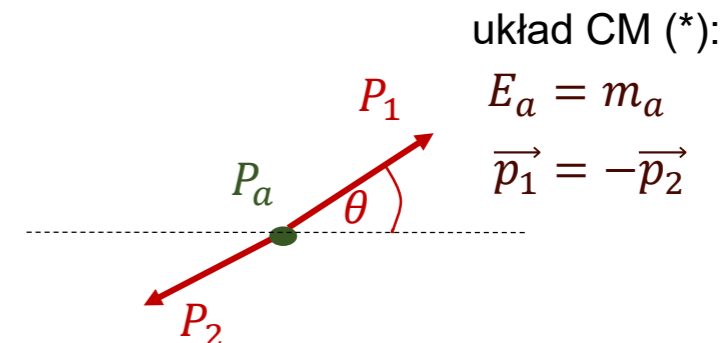
$$dn = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_a - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3}$$

A w postaci niezmienniczej:

$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a} \int |M_{fi}|^2 \delta^3(\vec{p}_a - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

Gdzie:

$$|M_{fi}|^2 = (2E_a 2E_1 2E_2) |T_{fi}|^2$$



układ CM (\*):

$$E_a = m_a$$

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

\* $\delta(x - a)$  daje zero wszędzie z wyjątkiem  $x = a$ ,  
 $\int f(x)\delta(x - a)dx = f(a)$

# ZRF – rozpady cd

W ukł spocz „a \*”:

$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a} \int |M_{fi}|^2 \delta(m_a - E_1 - E_2) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}$$

Liczę deltę po  $\vec{p}_2$  :

$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a} \int |M_{fi}|^2 \delta(m_a - E_1 - E_2) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1 2E_2}$$

$$E_2^2 = m_2^2 + p_1^2$$

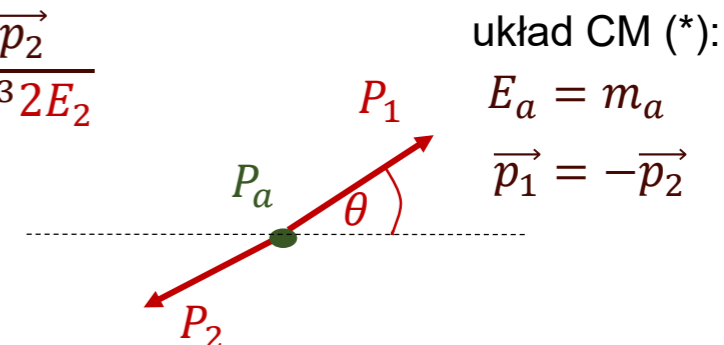
$$d^3p_1 = p_1^2 dp \sin\theta d\theta d\phi = p_1^2 dp d\Omega$$

$$\Gamma_{fi} = \frac{1}{32E_a} \int |M_{fi}|^2 \delta(m_a - E_1 - E_2) \frac{p_1^2 dp}{E_1 E_2} d\Omega \quad \text{p-two rozpadu jest odwrotnie prop. do energii:}$$

$$\Gamma_{fi} \propto \frac{1}{E_a}$$

$$\Gamma_{fi} = \frac{p^*}{32\pi^2 m_a^2} \int |M_{fi}|^2 d\Omega$$

$$p^* = \frac{1}{2m_a} \sqrt{[m_a^2 - (m_1 + m_2)^2][m_a^2 - (m_1 - m_2)^2]}$$



układ CM (\*):

$$E_a = m_a$$

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

\* $\delta(x - a)$  daje zero wszędzie z wyjątkiem  $x = a$ ,  
 $\int f(x)\delta(x - a)dx = f(a)$

# ZRF - rozproszenie

Dla rozproszenia  $a + b \rightarrow c + d$  Złota Reguła Fermiego jest w postaci:

$$\sigma = \frac{(2\pi)^4}{2E_a 2E_b (v_a + v_b)} \int |M_{fi}|^2 \delta(E_a + E_b - E_c - E_d) \delta^3(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_c - \vec{p}_d) \frac{d^3\vec{p}_c}{(2\pi)^3 2E_c} \frac{d^3\vec{p}_d}{(2\pi)^3 2E_d}$$

$$E_a + E_b = \sqrt{s}$$

$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = 0 \text{ (w CMS)}$$

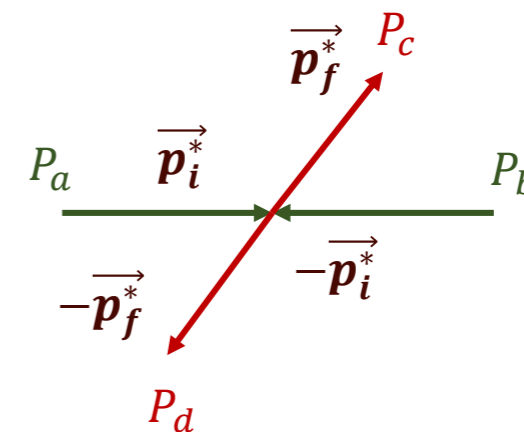
... co daje:

.....

$$\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f^*}{p_i^*} \int |M_{fi}|^2 d\Omega^*$$

a dla rozproseń elastycznych  $\mathbf{p}_i^* = \mathbf{p}_f^*$  mamy:

$$\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s} \int |M_{fi}|^2 d\Omega^*$$



uwaga!

# ZRF w eksperymencie

Mamy już zatem zakreślony (prosty) plan działania w FWE:

1. Formujemy teorię (hamiltonian)
2. Określamy zasady zachowania
3. Liczymy elementy macierzy przejścia  $M_{fi}$  i szerokość rozpadu  $\Gamma_{fi}$  (szybkość reakcji), czyli ogólnie – prawdopodobieństwo przejścia
4. Budujemy eksperyment i mierzymy przekrój czynny  $\sigma$ .
5. Porównujemy nasze przewidywanie z doświadczeniem.

The difference between theory and practice is larger in practice than the difference between theory and practice in theory.

— Jan L. A. van de Snepscheut —