



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

Model Standardowy

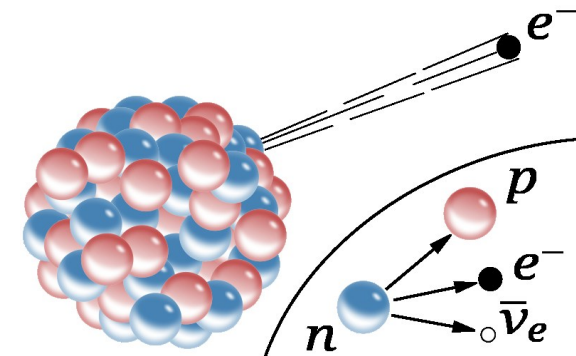
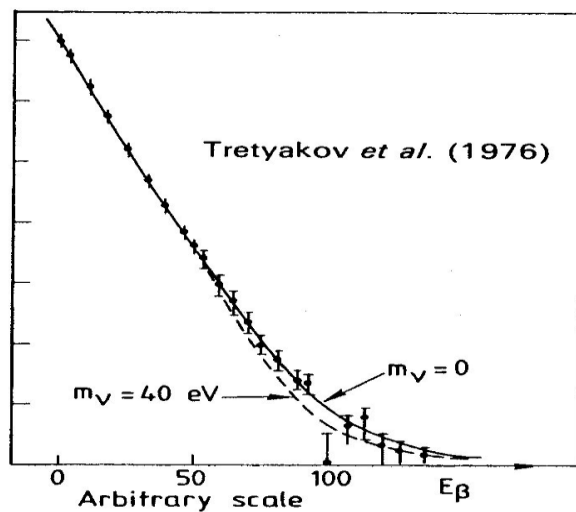
Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

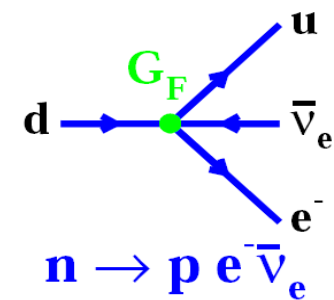
Oddziaływania elektroslabe
Oscylacje zapachu

Oddziaływania słabe

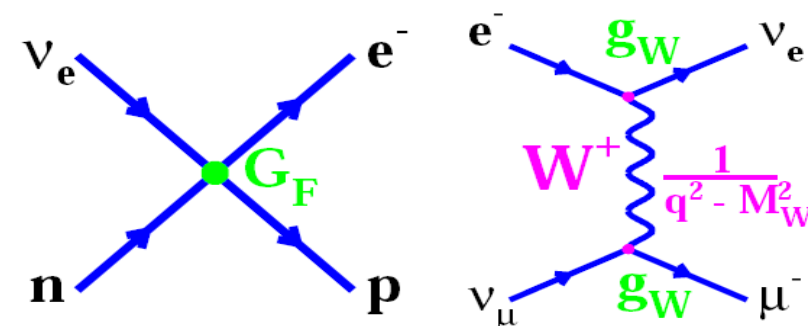
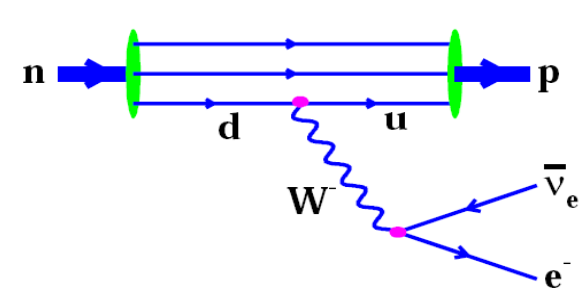
- Rozpady β zachodzą poprzez oddziaływania słabe:
 - neutron zmienia się w proton i emituje elektron i neutrino
- 1930 – W.Pauli zaproponował hipotezę neutrino (odkryte w 1956)
- Obecnie rozpady β uważane są jako zmianę kwarków $u \leftrightarrow d$ spowodowaną emisją bozonu $W^\pm$:



niskie energie (jądro)
teoria Fermiego

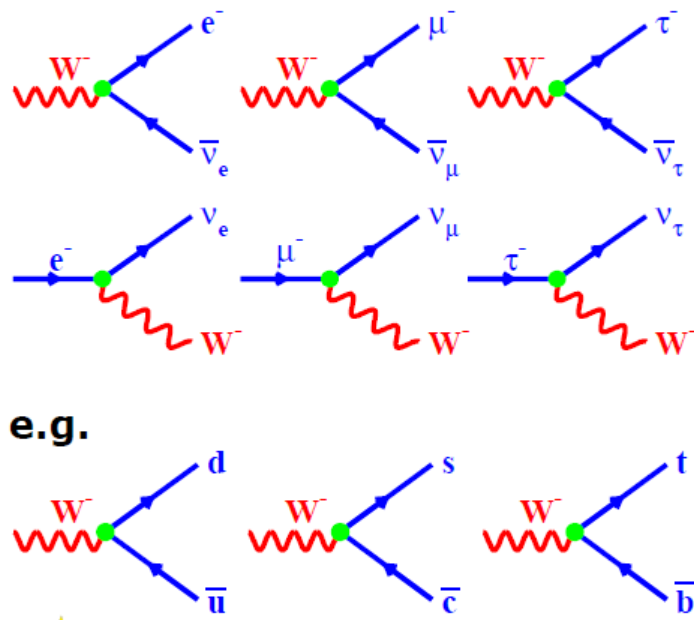


wysokie energie
(oddz. elektrosłabe)

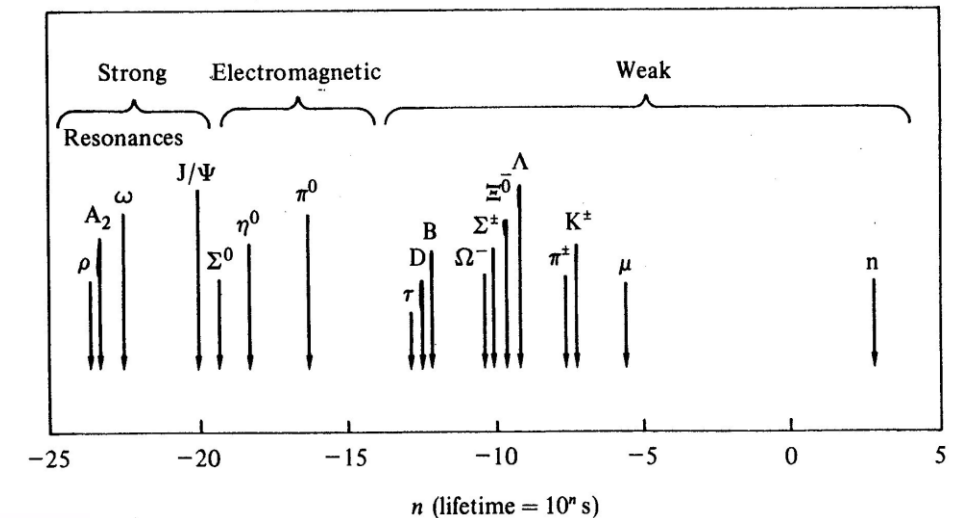


Oddziaływania słabe

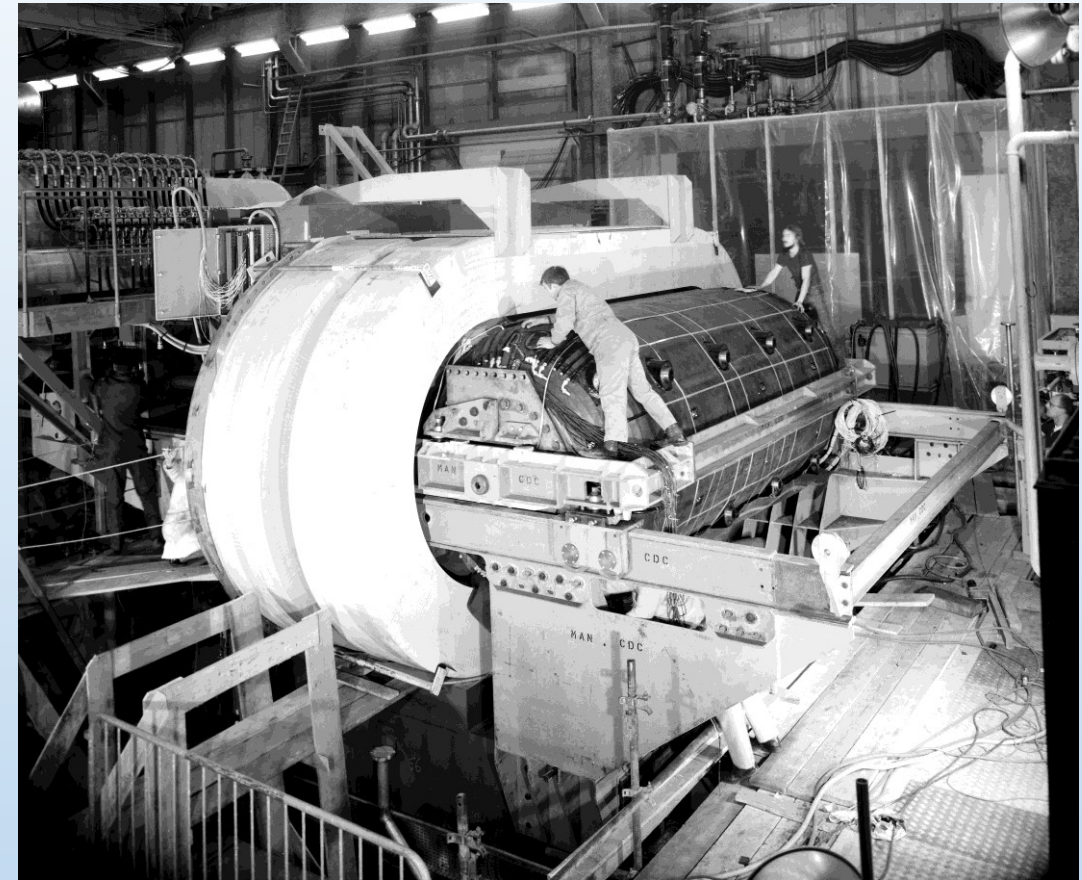
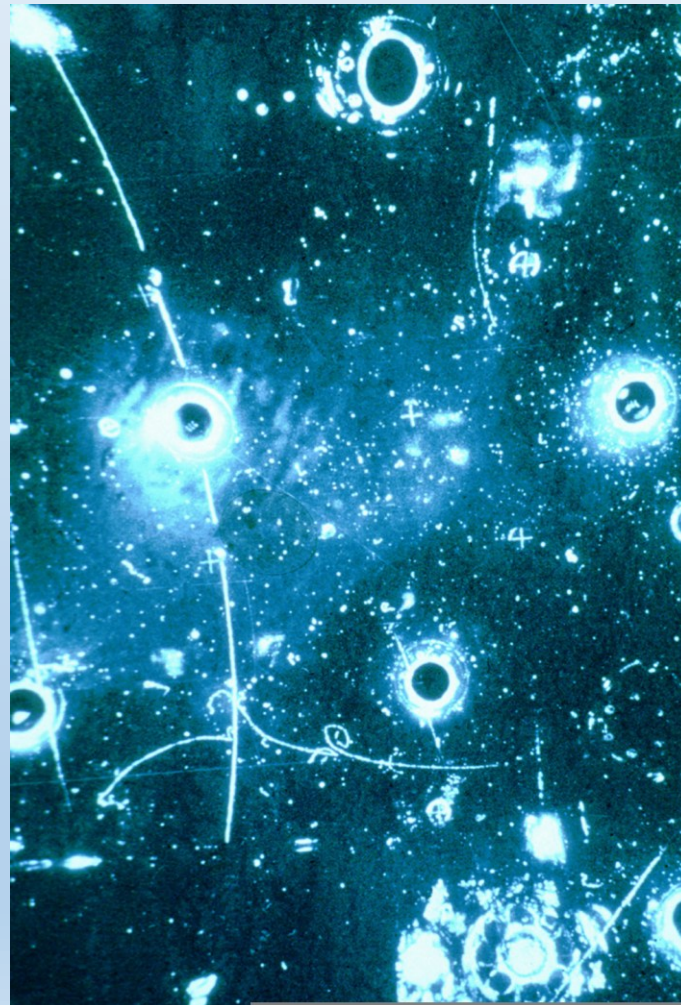
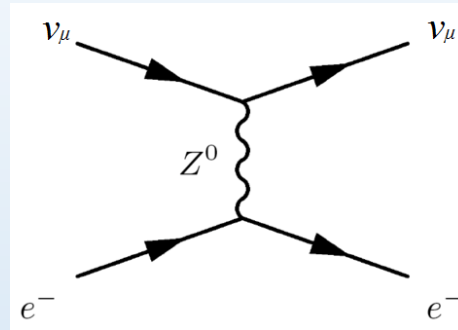
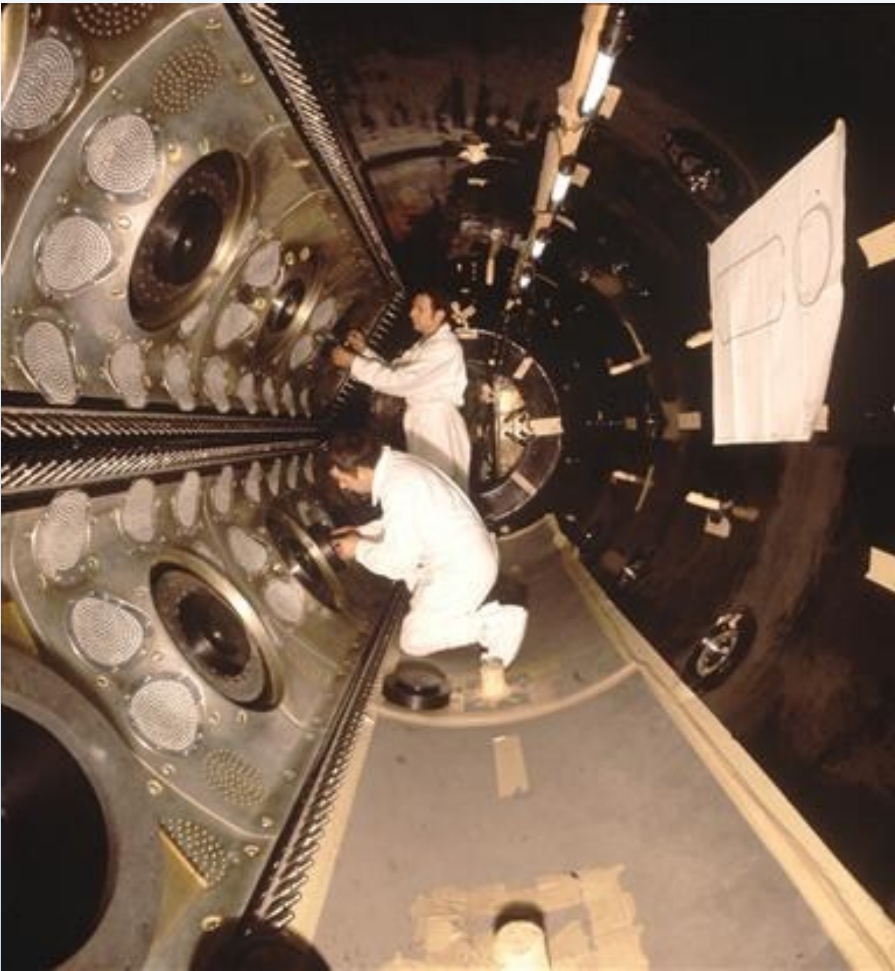
- Oddziaływania słabe są INNE niż elektromagnetyczne i silne:
 - są przenoszone przez ciężkie bozony
 - zmieniają rodzaj cząstki (leptonów i kwarków)
- WSZYSTKIE cząstki (również neutrino) oddziałują słabo



Słabe rozpady są słabe, a więc cząstka żyje stosunkowo długo



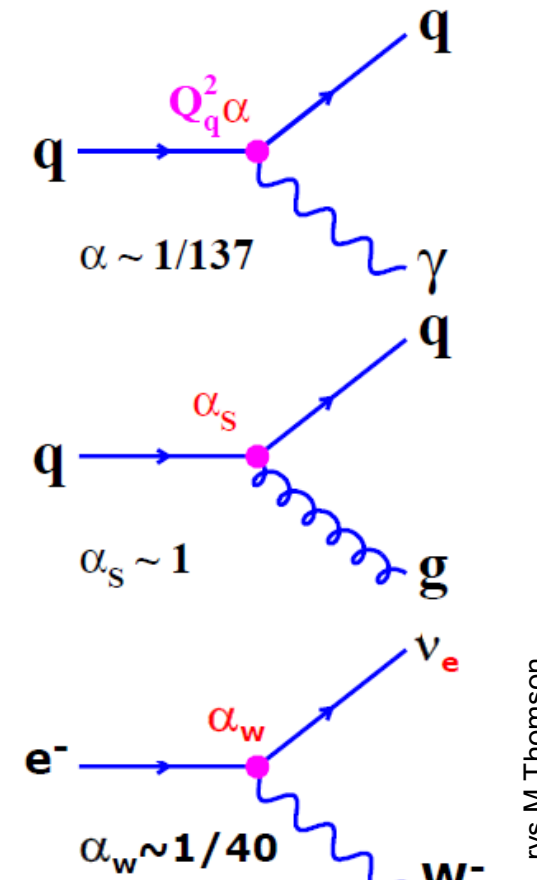
Gargamelle bubble chamber, CERN PS 1971-77



a [leptonic neutral current interaction](#).
A [neutrino](#) interacts with an [electron](#), the track of which is seen horizontally, and emerges as a neutrino without producing a [muon](#). [Wikipedia]

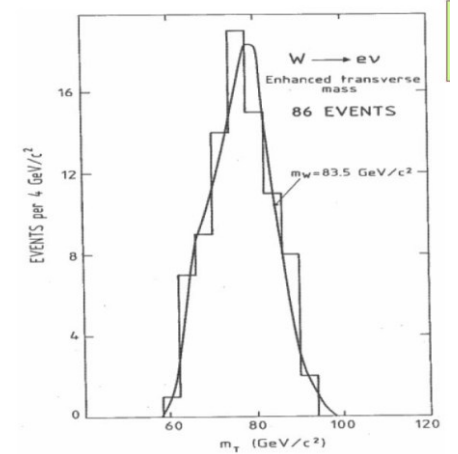
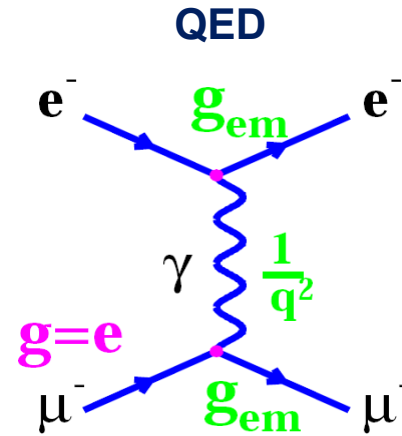
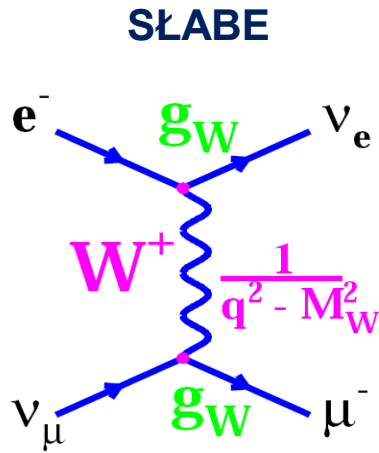
Oddziaływania słabe a silne i elm

- Oddziaływania elektromagnetyczne:
 - ✓ pomiędzy kwarkami i naładowanymi leptonami
 - ✓ przenoszone przez bezmasowy foton
 - ✓ foton oddziałuje z ładunkiem elektrycznym, $\alpha \approx 1/137$
 - ✓ nie zmieniają rodzaju cząstek
 - ✓ na odległości 10^{-15} m $F_{elm} \approx 200$ N
- Oddziaływania silne
 - ✓ pomiędzy kwarkami i gluonami
 - ✓ przenoszone przez bezmasowe gluony
 - ✓ gluony oddziałują z ładunkiem kolorowym, $\alpha_s \approx 1$
 - ✓ nie zmieniają rodzaju cząstek
 - ✓ na odległości 10^{-15} m $F_{strong} \approx 160\ 000$ N
- Oddziaływania słabe
 - ✓ pomiędzy kwarkami i wszystkimi leptonami
 - ✓ przenoszone przez ciężkie bozony (bo mały zasięg), $\alpha_w \approx 1/40$
 - ✓ **zmieniają rodzaj cząstki**
 - ✓ na odległości 10^{-15} m $F_{weak} \approx 0.002$ N



które oddziaływania są podobne?

Oddziaływania słabe i elektromagnetyczne



- dla niskich energii, gdy $q^2 \ll M_W^2$ propagator w postaci $\frac{1}{M_W^2}$ czyli punktowego oddziaływania Fermiego,
 - ciężki bozon oznacza krótki zasięg oddziaływania ,

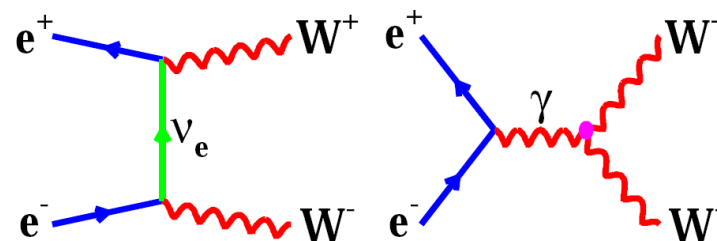
$$M_W = 80.4 \pm 0.1 \text{ GeV}$$

$$Z \approx 0.002 \text{ fm}$$
 - wymieniany bozon przenosi ładunek elektromagnetyczny,
 - oddziaływanie ZMIENIA ZAPACH KWARKA!
 - oddziaływanie łamie parzystości

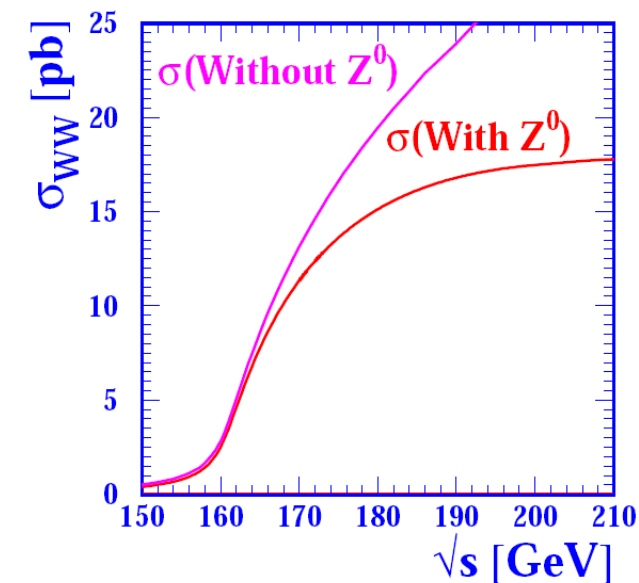
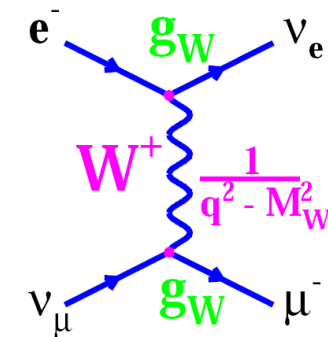
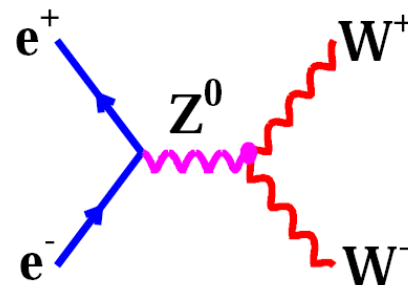
Oddziaływania słabe i trzy bozony

- Przy rozpraszaniu neutrino-elektron wg. teorii Fermiego, przekrój czynny zmierza do nieskończoności.
- jeśli oddziaływanie zachodzi z wymianą ciężkiego bozonu – propagator powoduje zmniejszenie szybko rosnących równań,
- Przy rozpraszaniu $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ przekrój czynny również miał zbyt szybki wzrost

- Oddziaływanie zachodzi poprzez wymianę bozonów pośredniczących – fotonu, W^+ , W^- i Z^0 , które są ze sobą związane.
- Jedynie taka teoria opisuje wyniki doświadczalne i przewiduje nowe efekty.



interferencja dwóch diagramów

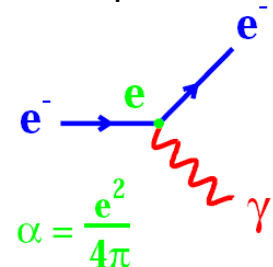


MS- oddziaływania

W ramach MS opisujemy elementarne fermiony ich oddziaływania:

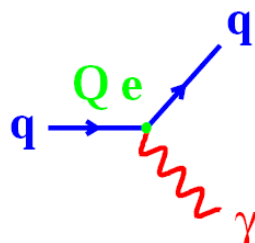
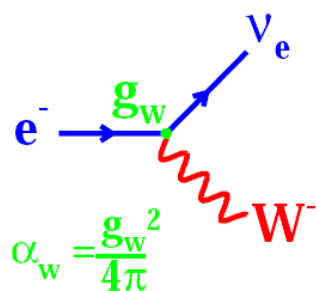
ELEKTROMAGNETYCZNE

rozpraszanie

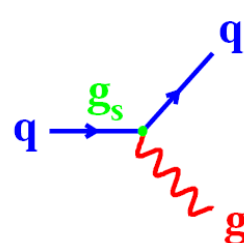


ładunek elektryczny

SŁABE CC (charge current)

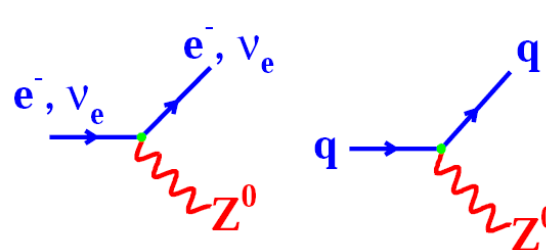
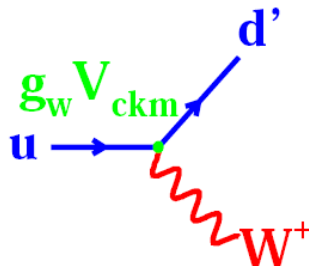


SILNE



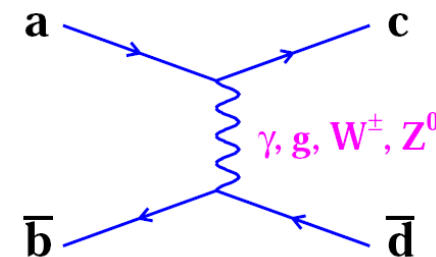
ładunek silny

SŁABE NC (neutral current)

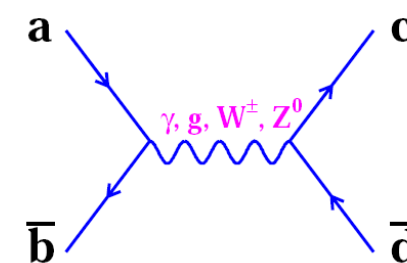


oddz. słabe zmieniają rodzaj kwarków pomiędzy generacjami !

rozpraszanie



anihilacja



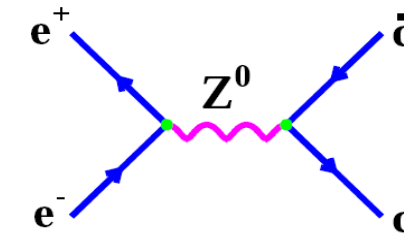
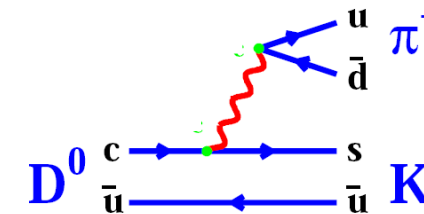
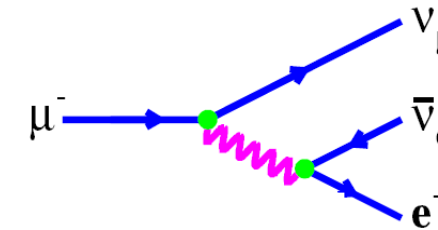
Oddziaływania słabe

- Procesy słabe można podzielić ze względu na rodzaj oddziałujących cząstek:

- leptonowe: $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$

- półleptonowe: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$
 $p \rightarrow n e^+ \nu_e$
 $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- nieleptonowe: $\Lambda \rightarrow p \pi^-$
 $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$
 $B^0 \rightarrow K^- \pi^+$



- Procesy słabe zachodzą poprzez wymianę:
 - bozonu pośredniczącego $W^\pm$ (prądy naładowane)
 - bozonu pośredniczącego Z^0 (prądy neutralne)

Zajmiemy się tu prądami naładowanymi:

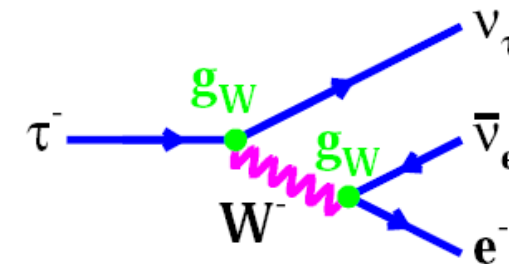
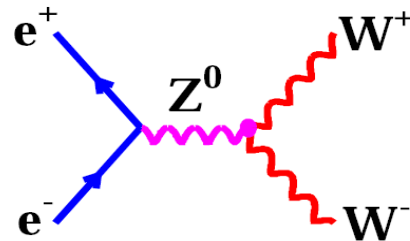
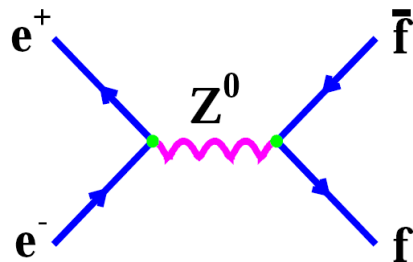
Oddziaływania słabe i elektromagnetyczne

- Przy niskich energiach (małych przekazach pędu) oddziaływania słabe i elektromagnetyczne różnią się wyraźnie (zasięg, czas życia),
- Przy wyższych energiach (rozpraszanie neutrin) opis Fermiego oddz. słabych daje złe przewidywania.
- pojawia się idea **UNIFIKACJI ODDZIAŁYWAŃ SŁABYCH I ELEKTROMAGNETYCZNYCH**
(Glashow, Salam, Weinberg 1961-67, nagroda Nobla 1979).
- Idea unifikacji polega na opisanu teorii tym samym lagranżianem i tymi samymi bozonami pośredniczącymi.
- Przesłaniem nowej teorii były **FAKTY DOŚWIADCZALNE**.

$$\alpha_s \approx 0.2$$

$$\alpha_W \approx 0.03$$

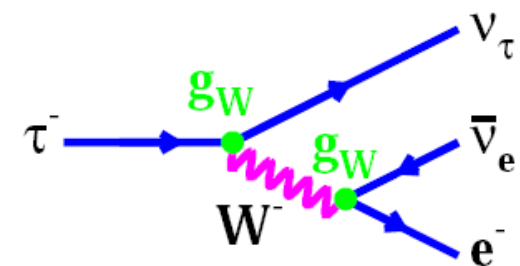
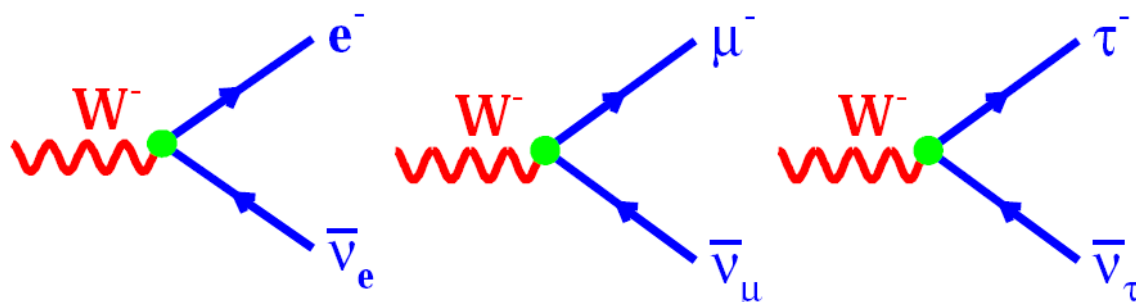
$$\alpha_{elm} \approx 0.01$$



Słabe rozpady leptonów

- Prądy naładowane (oddz. przenoszone przez bozon W) działają w obrębie dubletów (tego samego pokolenia):

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

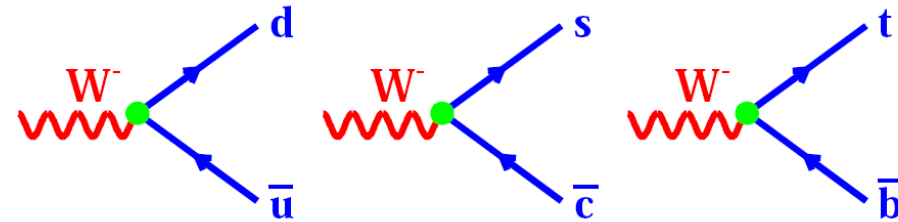


BRAK: $W \rightarrow e^- \nu_\mu$

nie ma oddziaływań pomiędzy leptonami z różnych pokoleń !!!

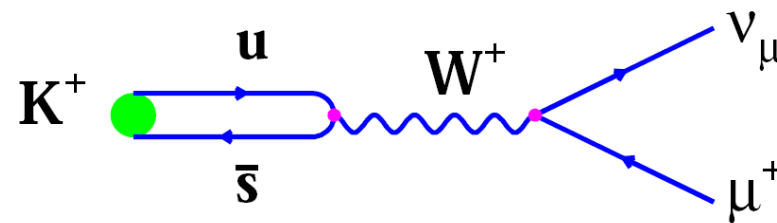
Słabe rozpady kwarków

- Podobnie mogłoby być dla kwarków:



gdyby nie obserwacja procesu: $K^+(u \bar{s}) \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

w którym widać wierzchołek $W^+ \rightarrow u \bar{s}$ ze **ZMIANĄ POKOLENIA!**

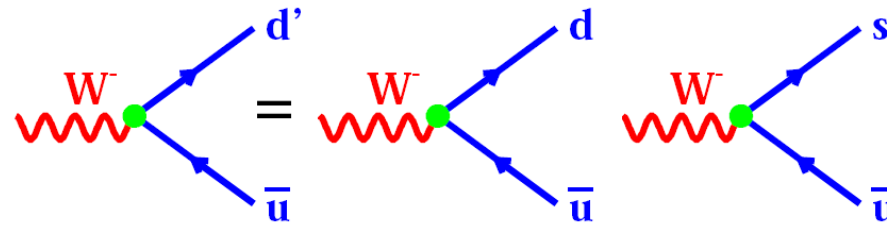


- Oznacza to, że słabe rozpady kwarków wyglądają trochę inaczej, bo mogą zachodzić ze zmianą pokolenia

Mieszanie kwarków

- Stany, które biorą udział w słabych oddziaływaniach są ortogonalnymi kombinacjami stanów o określonym zapachu, czyli:

oddz. słabe „widzą” zamiast kwarka d – jego stan będący kombinacją d i s:



STANY SŁABE

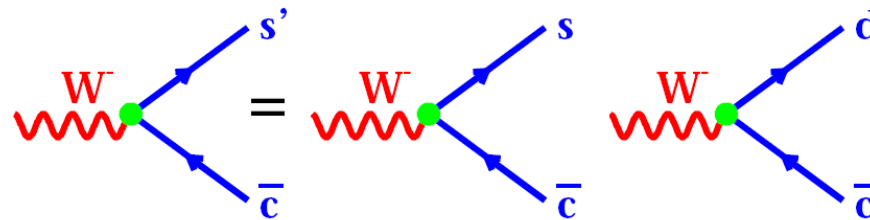
stany masowe (silne, o określonym zapachu, flavorze)

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} d' &= d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \\ s' &= s \cos \theta_c - d \sin \theta_c \end{aligned}$$

- W oddziaływaniach słabych częściej występują człony z $\cos \theta_c$, człony proporcjonalne do $\sin \theta_c$ są tłumione.

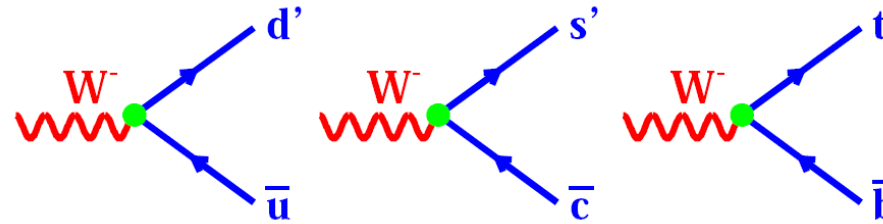
kąt mieszania (kąt Cabbibo)



$$\theta_c = 13^\circ$$

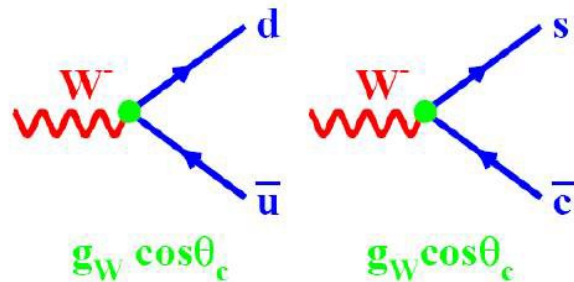
Mieszanie w trzech rodzinach kwarków

- Uogólnienie na trzy rodziny kwarków:

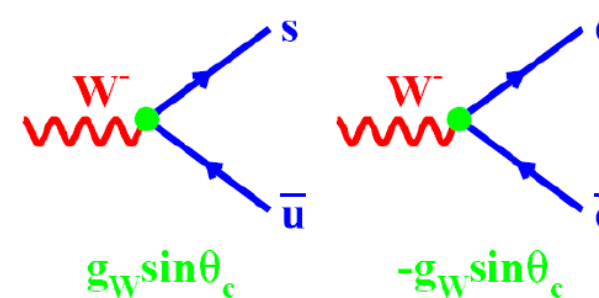


$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

najbardziej częste są przejścia na diagonalach,
przejścia ze zmianą dwóch pokoleń są **silnie TŁUMIONE**



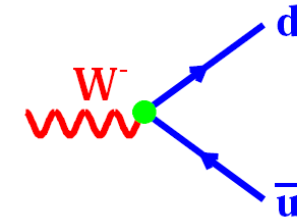
$$|M|^2 \propto \cos^2 \theta_C$$



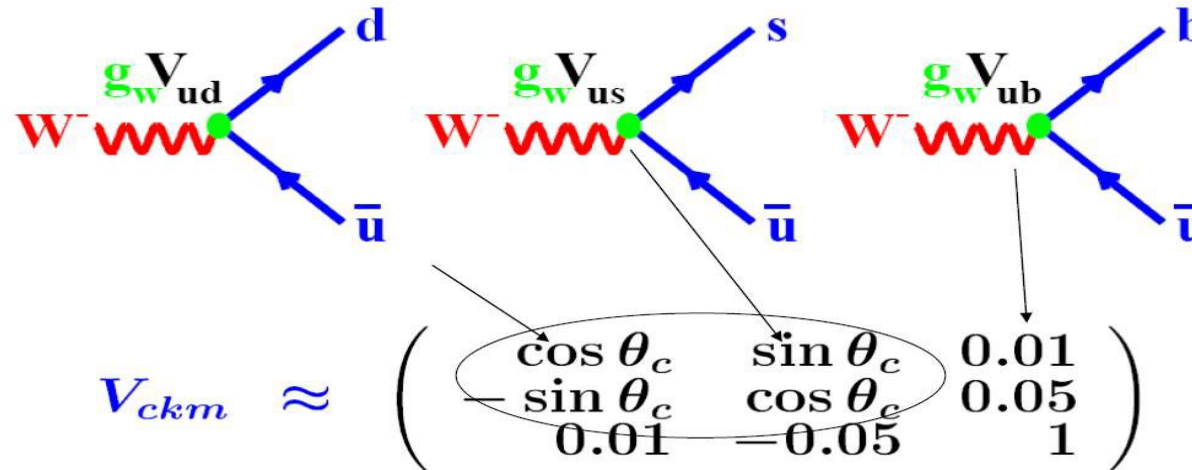
$$|M|^2 \propto \sin^2 \theta_C$$

Mieszanie w trzech rodzinach kwarków

- Kwark d dla oddziaływań słabych „widziany jest” jako d' , czyli mieszanina $d, s, i b$:

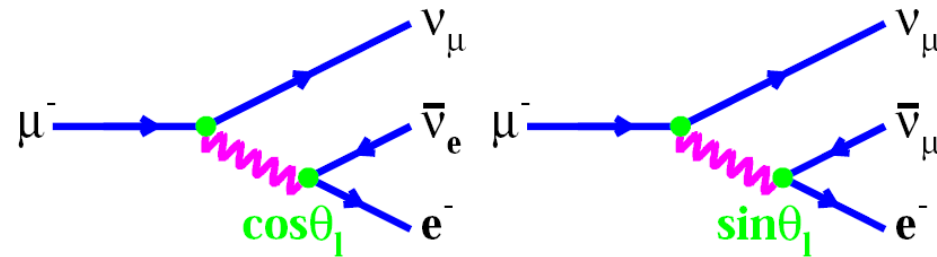


$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$



Mieszanie w trzech rodzinach leptonów?

- Jak by wyglądało mieszanie pomiędzy generacjami leptonów?

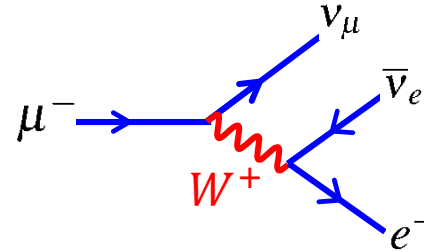


- Problem doświadczalny – jak określić rodzaj neutrina?
- Kwarki mają różne masy i można rozróżnić stany końcowe.

MS – podejźmy teraz formalnie do oddziaływań słabych:

Prądy i amplitudy w rozpadach słabych

- Zacznijmy od rozpadów leptonowych:



- Widzimy, że za każdym razem, gdy powstaje elektron, powstaje również jego neutrino.
- Musimy również dodać pewien dynamiczny czynnik, który odpowiednio uwzględni parzystość C i P, oraz łamanie CP

Prąd leptonowy $\rightarrow j^w = \bar{\psi}_l \Lambda \psi_{\nu_l}, \quad l = \{e, \mu\}$

Czynnik dynamiczny $\rightarrow$

$$\bar{j}^w = \bar{\psi}_{\nu_l} \Lambda \psi_l, \quad l = \{e, \mu\}$$



Prądy i amplitudy w rozpadach słabych

$$j^w \equiv \begin{array}{c} \text{---} \nu_e \quad e^- \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \end{array} \oplus \begin{array}{c} \text{---} \nu_\mu \quad \mu^- \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \end{array}$$

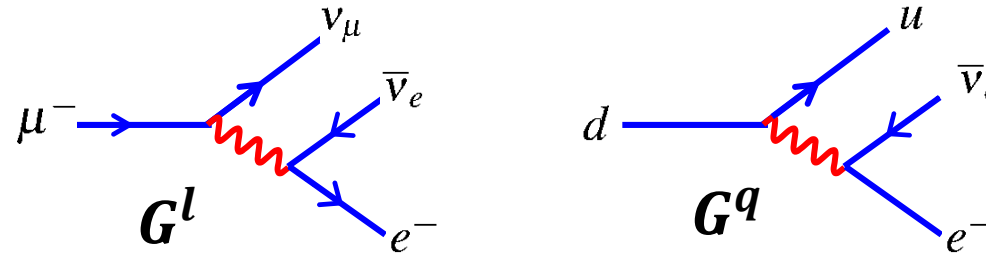
$$\bar{j}^w \equiv \begin{array}{c} e^- \quad \nu_e \\ \diagup \quad \diagdown \\ \bullet \end{array} \oplus \begin{array}{c} \mu^- \quad \nu_\mu \\ \diagup \quad \diagdown \\ \bullet \end{array}$$

Wszystkie amplitudy (pierwszego rzędu) obserwowane w naturze są iloczynem tych prądów!

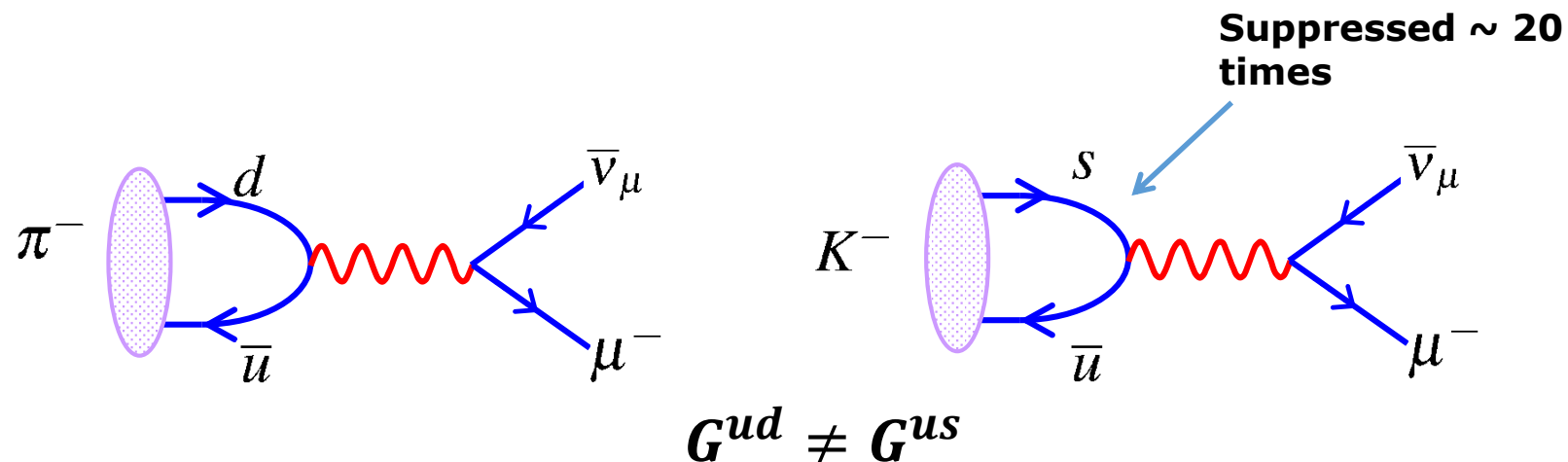
$$A^{(1)} \sim G_F \bar{j}^w j^w \equiv \begin{array}{c} e^- \quad \nu_e \\ \diagup \quad \diagdown \\ \bullet \\ \nu_e \quad e^- \end{array} + \begin{array}{c} e^- \quad \nu_e \\ \diagup \quad \diagdown \\ \bullet \\ \nu_\mu \quad \mu^- \end{array} + \dots$$

Procesy słabe

- Czy do opisu procesów leptonowych i kwarkowych potrzeba dwóch różnych stałych sprzężenia?

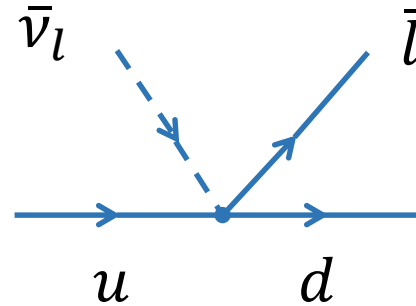


- Byłoby praktyczniej, gdyby prądy leptonowe i hadronowe miały ten sam G .
- W półleptonowych rozpadach jest jeszcze gorzej:

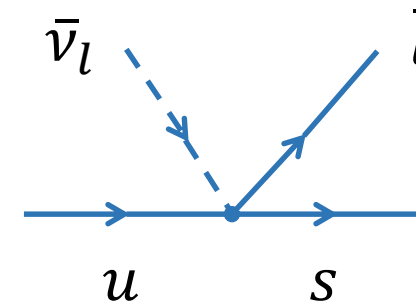


Procesy słabe i mieszanie Cabbibo

- Następne stałe sprzężenia?

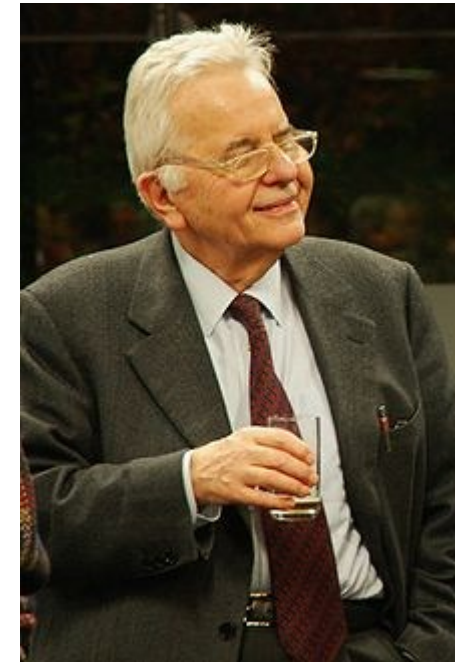


$$\propto G^{ud}$$



$$\propto G^{us}$$

- Nicola Cabbibo (1963) miał pomysł, który znacznie ułatwił opis rozpadów słabych:
 - ✓ stany słabe są różne od stanów masowych (o określonym zapachu „flavourze”)
 - ✓ stany kwarkowe są stanami o zmieszanych flavourach
 - ✓ dzięki temu jest jedna, uniwersalna, stała sprzężenia!

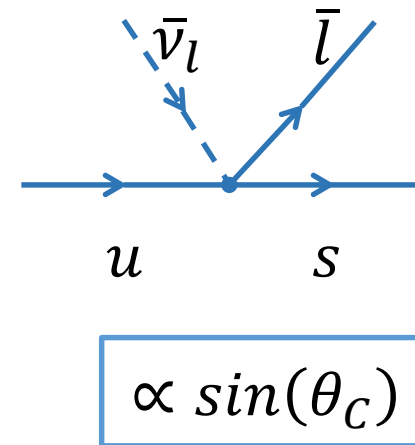
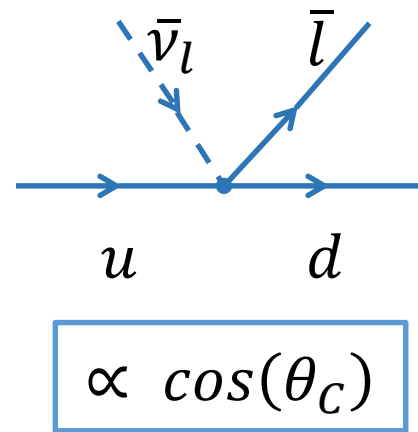


Procesy słabe i mieszanie Cabbibo

- W teorii Cabbibo kwarki d i s mieszają się z współczynnikami macierzy (macierzy Cabbibo):

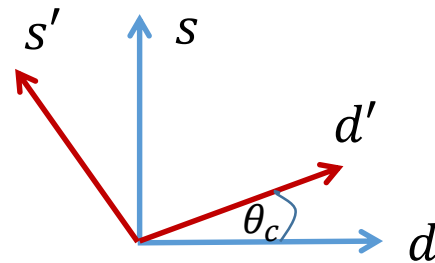
$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Weak e-states Mixing matrix Mass e-states



Procesy słabe i mieszanie Cabbibo

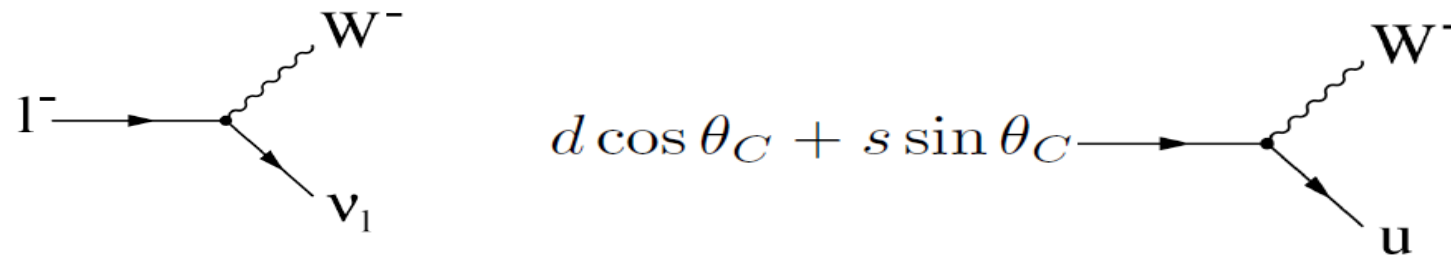
- W teorii Cabbibo kwarki d i s mieszają się z współczynnikami macierzy (Cabbibo), co reprezentowane jest jako OBRÓT stanów masowych (stanów własnych masy) $|d\rangle$ i $|s\rangle$ do układu stanów słabych $|d'\rangle$ i $|s'\rangle$.



$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \cdot \cos(\theta_c) + s \cdot \sin(\theta_c) \\ \end{pmatrix}$$

$$\theta_c = 13.04^\circ$$

- Kąt mieszania (kąt Cabbibo) pozwala na mówienie o uniwersalności oddziaływań słabych:



$$g^l = g^{ud'} = g_w$$

Procesy słabe i mieszanie Cabbibo

- Kąt mieszania (kąt Cabbibo) jest jednym z parametrów MS, który musi zostać zmierzony, nie wynika z teorii

$$\frac{\left| \begin{array}{c} s \rightarrow W^- \rightarrow u \\ d \rightarrow W^- \rightarrow u \end{array} \right|^2}{\left| \begin{array}{c} s \rightarrow W^- \rightarrow d \\ d \rightarrow W^- \rightarrow s \end{array} \right|^2} = \tan^2 \theta_c$$

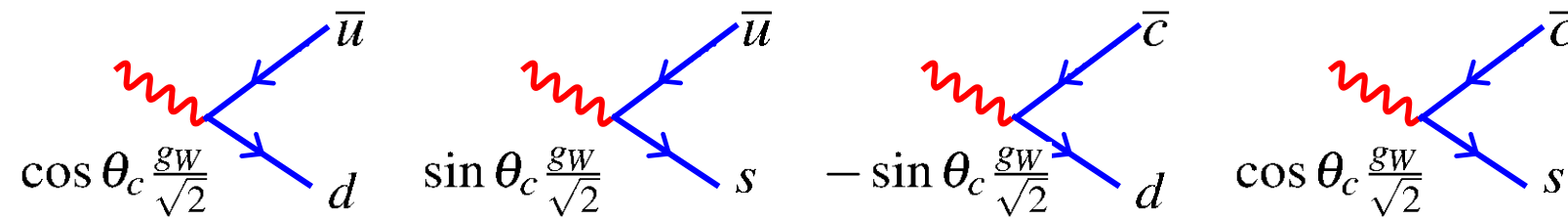
$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu \nu_\mu)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu \nu_\mu)} \sim \tan^2(\theta_c)$$

- FCCC (Flavour Changing Charge Currents) mogą teraz sprzęgać się z różną siłą do różnych generacji kwarków!

$$\frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} d' \\ d \end{array} \equiv \cos \theta_c \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} d \\ s \end{array} + \sin \theta_c \frac{g_W}{\sqrt{2}} \bar{u} \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{c} s \\ d \end{array}$$

Mieszanie kwarków z czarmem

- Teoria elektroslaba – model Glashow-Weinberg-Salam (GIM), m.in. opisuje mieszanie z kwarkiem c:



Dla dwóch generacji kwarków mieszanie opisane jest przez pojedynczy, rzeczywisty parametr – brak łamania parzystości CP.

Mieszanie trzech generacji kwarków

- Idea: kwarki „dolne” w rozpadach słabych uczestniczą jako mieszane stany masowe (taka konwencja, mogły też mieszać się kwarki „górne”):

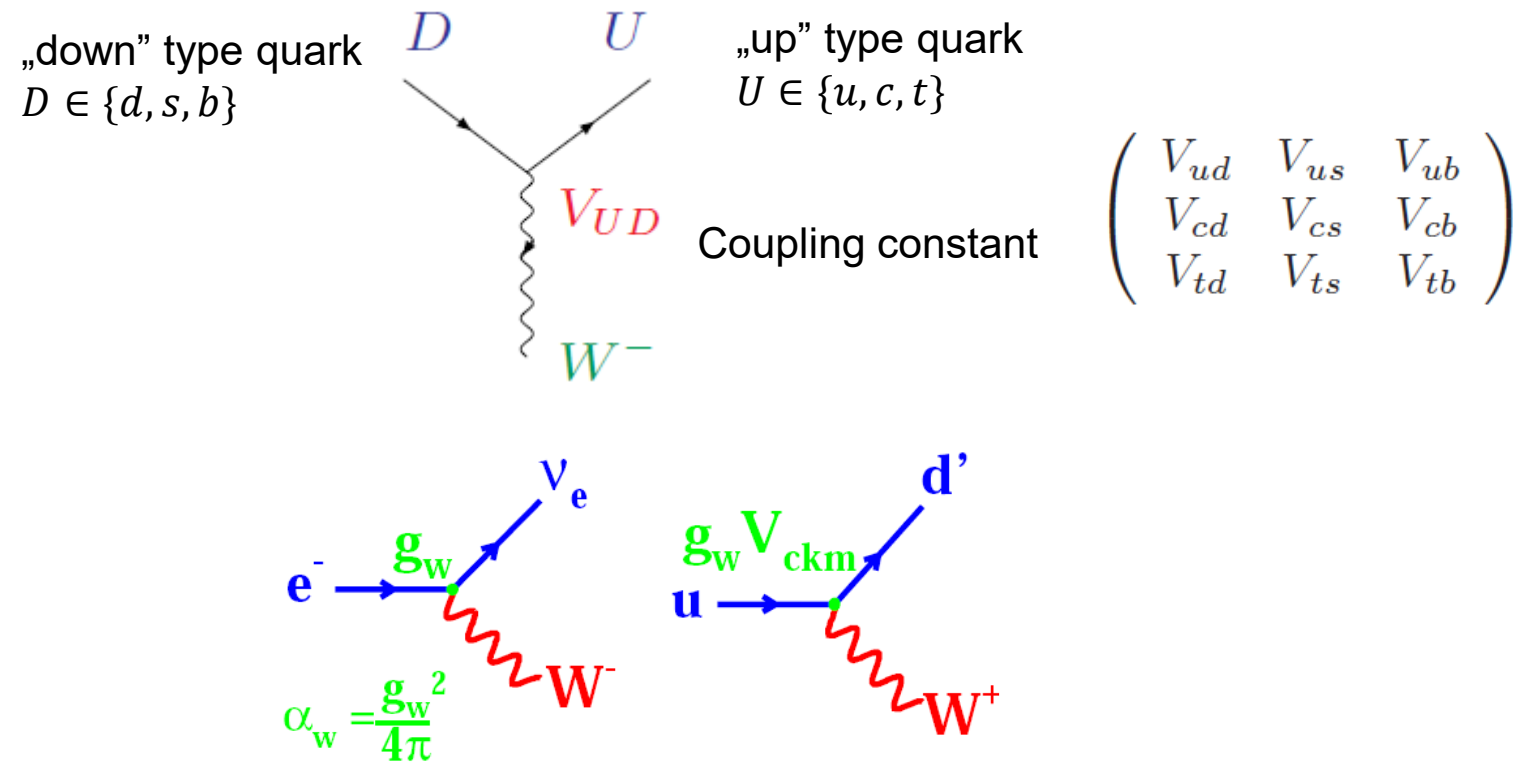
$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Stany (własne) słabe Macierz mieszania Cabbibo-Cobayashi-Maskawa Masowe e-stany

- Elementy V_{ij} macierzy CKM są liczbami zespolonymi.
- Macierz CKM jest UNITARNA (zachowanie prawdopodobieństwa)
- Elementów macierzy CKM nie można wyznaczyć z teorii – muszą być ZMIERZONE.

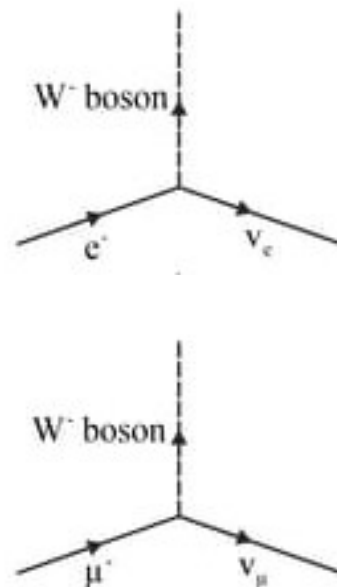
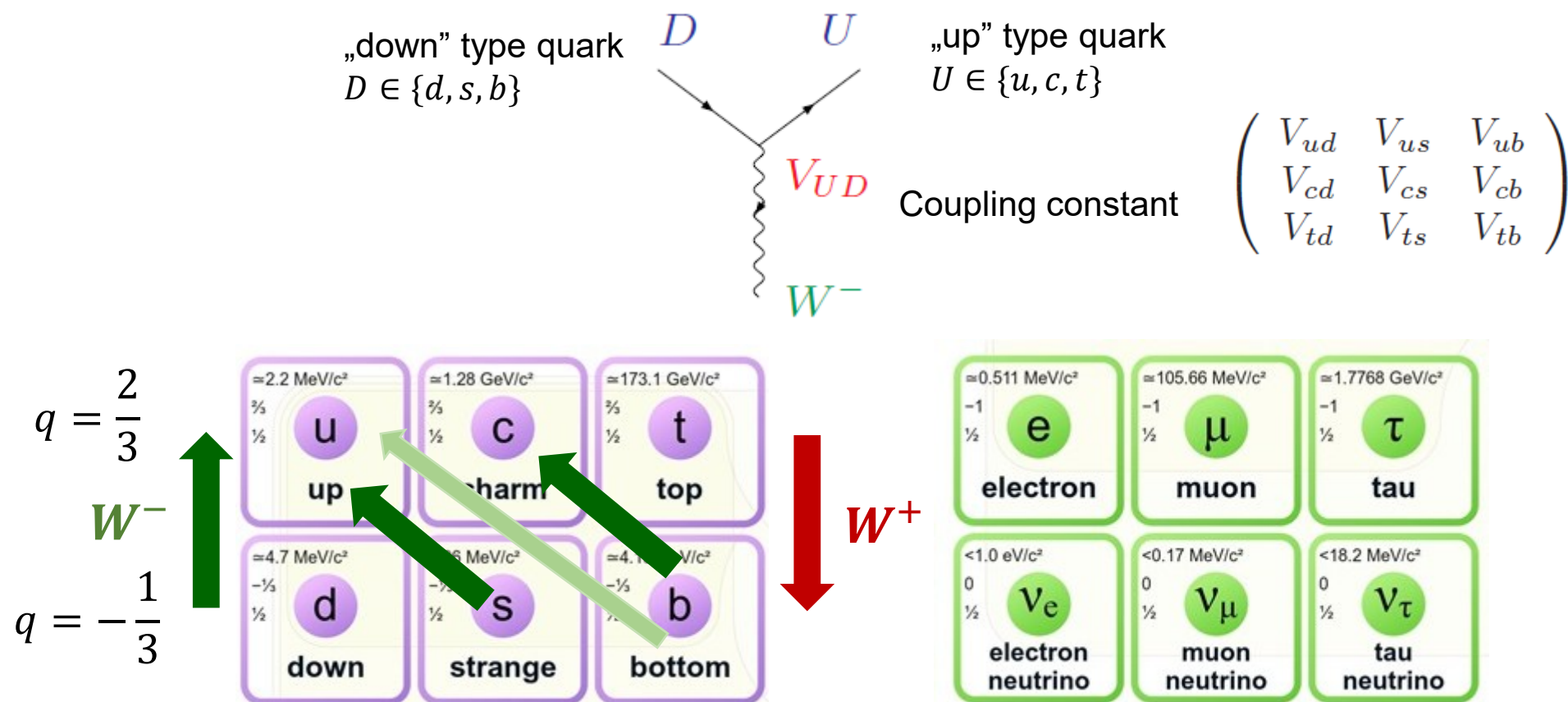
„Słaby” wierzchołek

- Idea: kwarki „dolne” w rozpadach słabych uczestniczą jako mieszane stany masowe (taka konwencja, mogły też mieszać się kwarki „górne”):

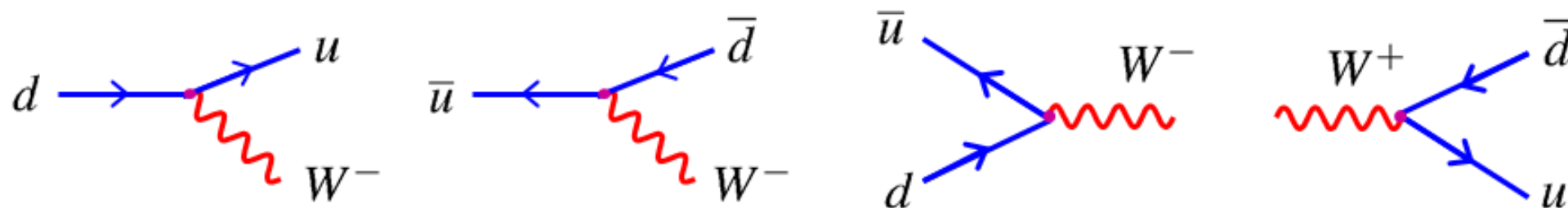


„Słaby” wierzchołek

- Idea: kwarki „dolne” w rozpadach słabych uczestniczą jako mieszane stany masowe (taka konwencja, mogły też mieszać się kwarki „górne”):



„Słaby” wierzchołek i łamanie CP



$$V_{ij} \neq V_{ij}^*$$



Macierz CKM

- Elementów macierzy CKM nie można wyznaczyć z teorii – muszą być ZMIERZONE.

Cabibbo matrix

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.974 & 0.226 & 0.004 \\ 0.23 & 0.96 & 0.04 \\ 0.01 & 0.04 & 0.999 \end{pmatrix}$$

- „Standardowa” parametryzacja macierzy CKM:

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

$$c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$$

$$s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$$

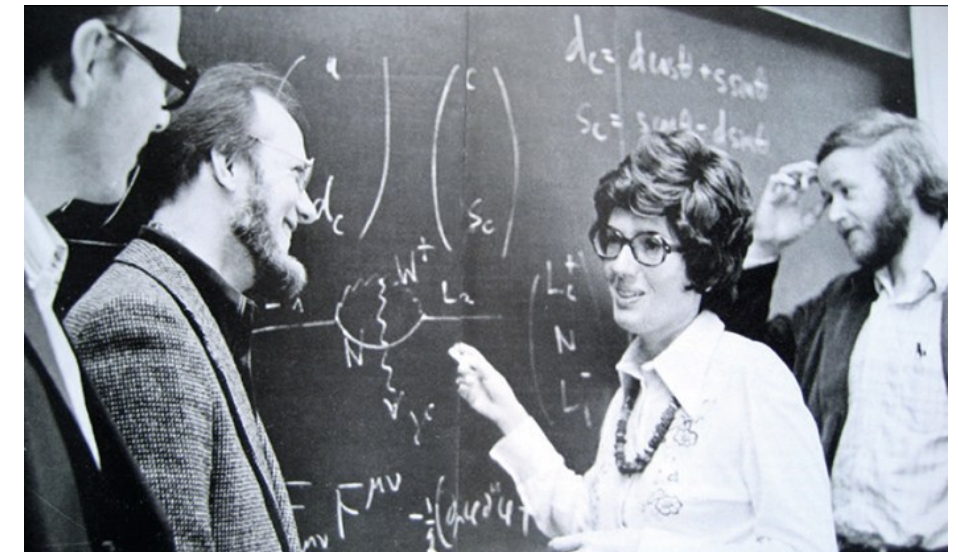
δ – nieredukowalna faza, ona odpowiada za CPV

Macierz CKM

- Macierz CKM jest UNITARNA: $V^\dagger V = 1$
- Dla iloczynów, tzw, kwadrantów: $Q_{aibj} = V_{ai}V_{bj}V_{aj}^*V_{bi}^*$ with $a \neq b$ and $i \neq j$, definiujemy niezmiennik Jarlskog:

$$J = \text{Im}(Q_{udcs}) = -\text{Im}(Q_{ubcs})$$

- ✓ Urojona część każdego kwadranta jest taka sama, w dodatku równa 2x powierzchnia trójkąta unitarności... Parametr ten pokazuje stopień łamania parzystości CP w oddz. słabych.
- ✓ Jej rząd to: $\pm 2.8 \cdot 10^{-5}$



Macierz CKM - parametryzacje

$$\begin{bmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \\ |b'\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{bmatrix}$$

- Parametryzacja Wolfensteina (1983):
 - ✓ elementy macierzowe są rozwijane względem $\sin \vartheta_i \equiv \lambda$;
 - ✓ pomiary rozpadów kaonów: $V_{us} = \lambda = 0.22$ i $V_{ud} = (1 - \lambda^2/2)$
 - ✓ pomiar czasu życia mezonu B : $V_{cb} = 0.04 - 0.006 = A\lambda^2$
 - ✓ ustalamy, że V_{ud} , V_{us} , V_{tb} są liczbami rzeczywistymi – funkcjami rzeczywistych parametrów : λ, A, ρ, η
 - ✓ współczynniki zespolone to V_{ub} oraz V_{td} , a wyrazy w 3-ciej kolumnie (rzędzie) są małe $\sim A\lambda^3(\rho - i\eta)$
 - ✓ jedna faza jest mierzalna (CPV), zatem η nie może być zero

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta + i\eta\frac{\lambda^2}{2}) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} - i\eta A\lambda^4 & A\lambda^2(1 + i\eta\lambda^2) \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

$|V_{td}|e^{-i\beta}$

$|V_{ub}|e^{-i\gamma}$

Macierz CKM – wyższe rzędy

$$\begin{bmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \\ |b'\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{bmatrix}$$

- Parametryzacja Wolfensteina umożliwia uwzględnienie wyższych rzędów:

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda - A^2\lambda^5(\rho + i\eta - \frac{1}{2}) & 1 - \frac{\lambda^2}{2} - (\frac{1}{8} + \frac{A}{2})\lambda^4 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3[1 - (\rho + i\eta)(1 - \frac{\lambda^2}{2})] & -A\lambda^2 - A\lambda^4(\rho + i\eta - \frac{1}{2}) & 1 - \frac{1}{2}A^2\lambda^4 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^6)$$

$$|V_{ts}|e^{-i\beta_s}$$

β oraz β_s nazywane są słabymi fazami w mieszaniu B^0 i B_s^0 ,

β oraz γ są kątami w trójkątach unitarności macierz CKM (see next slides).

To najważniejsze obserwable w fizyce ciężkich zapachów

Unitarność macierzy CKM

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho-i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

- Macierz CKM jest unitarna $V_{CKM}^{-1} = V_{CKM}^\dagger$ - mamy zatem 12 warunków unitarności:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$$

$$|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 1$$

$$|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 = 1$$

$$|V_{ub}|^2 + |V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1$$

$$V_{ud}^* V_{cd} + V_{us}^* V_{cs} + V_{ub}^* V_{cb} = 0$$

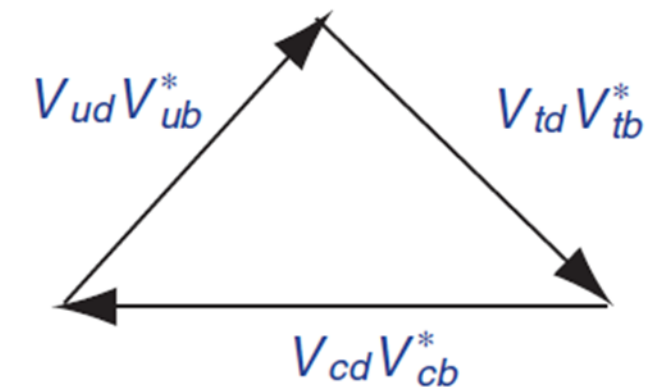
$$V_{ud}^* V_{td} + V_{us}^* V_{ts} + V_{ub}^* V_{tb} = 0$$

$$V_{cd}^* V_{td} + V_{cs}^* V_{ts} + V_{cb}^* V_{tb} = 0$$

$$V_{ud} V_{us}^* + V_{cd} V_{cs}^* + V_{td} V_{ts}^* = 0$$

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$$

$$V_{us} V_{ub}^* + V_{cs} V_{cb}^* + V_{ts} V_{tb}^* = 0$$



The orthogonality conditions can be regarded as a triangle condition – CKM matrix elements are complex numbers, so their sum is simply a sum of three vectors:

Unitarność macierzy CKM

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho-i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

- But most of them have magnitudes of very different size and are currently useless from experimental point of view :

$$V_{ud}^* V_{cd} + V_{us}^* V_{cs} + V_{ub}^* V_{cb} = 0 \quad \lambda, \lambda, \lambda^5$$

$$V_{ud}^* V_{td} + V_{us}^* V_{ts} + V_{ub}^* V_{tb} = 0 \quad \lambda^3, \lambda^3, \lambda^3$$

$$V_{cd}^* V_{td} + V_{cs}^* V_{ts} + V_{cb}^* V_{tb} = 0 \quad \lambda^4, \lambda^2, \lambda^2$$

$$V_{ud} V_{us}^* + V_{cd} V_{cs}^* + V_{td} V_{ts}^* = 0 \quad \lambda, \lambda, \lambda^5$$

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0 \quad \lambda^3, \lambda^3, \lambda^3$$

$$V_{us} V_{ub}^* + V_{cs} V_{cb}^* + V_{ts} V_{tb}^* = 0 \quad \lambda^4, \lambda^2, \lambda^2$$

- The most attractive are two triangles:

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0$$

$$V_{ud}^* V_{td} + V_{us}^* V_{ts} + V_{ub}^* V_{tb} = 0$$

Unitarność macierzy CKM

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho-i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

- But most of them have magnitudes of very different size and are currently useless from experimental point of view :

$$V_{ud}^* V_{td} + V_{us}^* V_{ts} + V_{ub}^* V_{tb} = 0 \quad \lambda^3, \lambda^3, \lambda^3$$

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0 \quad \lambda^3, \lambda^3, \lambda^3$$

„The” unitary triangle!

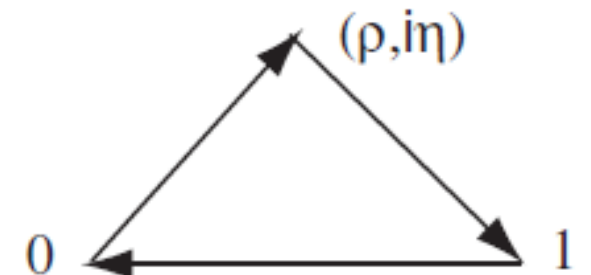
Using Wolfenstein parametrization, we can draw them on complex plane :

$$V_{ud} V_{ub}^* = A\lambda^3(1 - \lambda^2/2)(\rho + i\eta)$$

$$V_{cd} V_{cb}^* = -A\lambda^3$$

$$V_{td} V_{tb}^* = A\lambda^3(1 - \rho - i\eta)$$

if sides are divided by $V_{cd} V_{cb}^*$
the UT looks like that:



Trójkąt Unitarności (UT)

$$\begin{bmatrix} V_{us} & V_{cs} & V_{ts} \\ V_{us} & V_{cs} & V_{ts} \\ V_{us} & V_{cs} & V_{ts} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & A\lambda^3(\rho-i\eta) & A\lambda^2 \\ -\lambda & & 1 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & & \end{pmatrix}$$

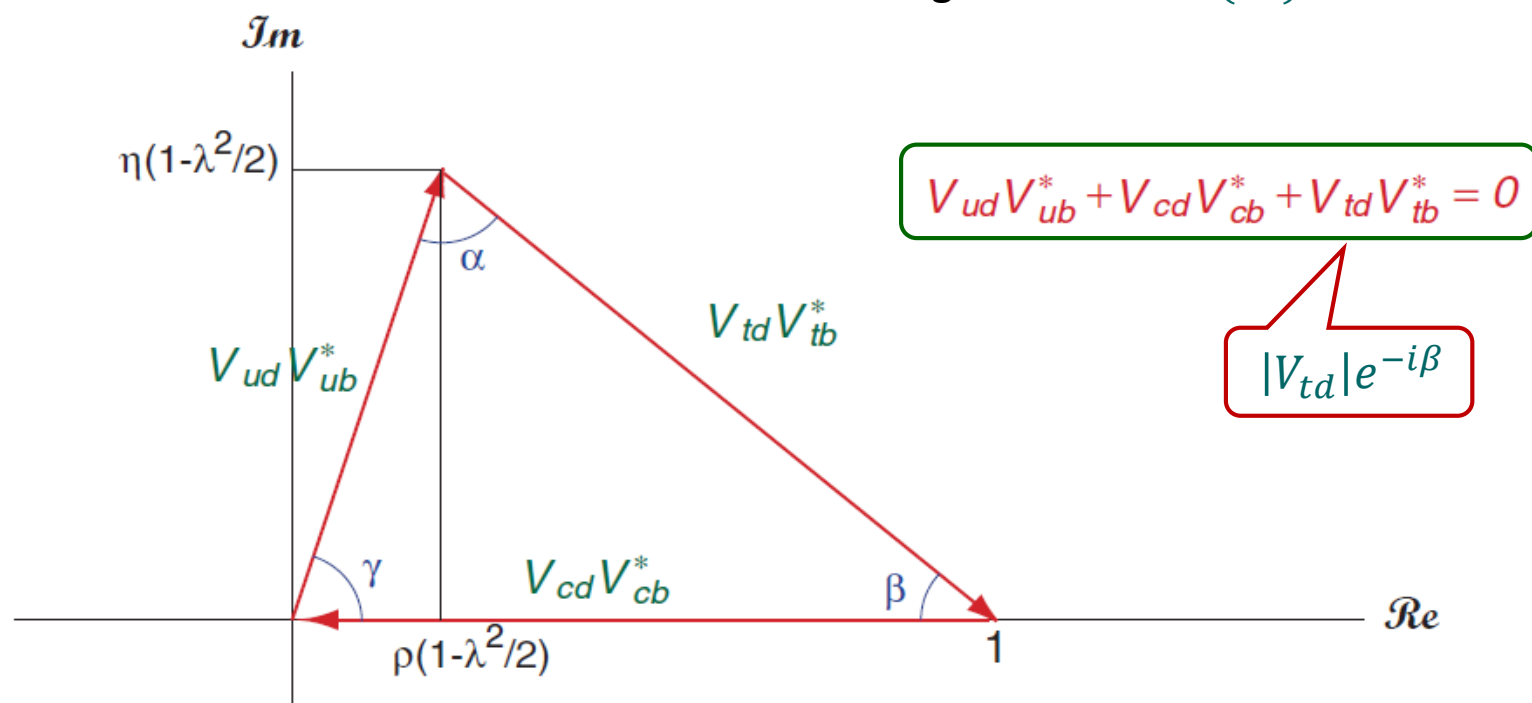
Try your vector algebra...

$$V_{ud}V_{ub}^* = A\lambda^3(1 - \lambda^2/2)(\rho + i\eta)$$

$$V_{td}V_{tb}^* = A\lambda^3(1 - \rho - i\eta)$$

$$V_{cd}V_{cb}^* = -A\lambda^3$$

+ higher order... $\mathcal{O}(\lambda^4)$



$$\alpha = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right)$$

$$\beta = \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right)$$

$$\gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right)$$

Drugi trójkąt unitarności

$$\begin{bmatrix} \text{yellow oval} & \text{yellow oval} & \text{yellow oval} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ \text{yellow oval} & \text{yellow oval} & \text{yellow oval} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho-i\eta) \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

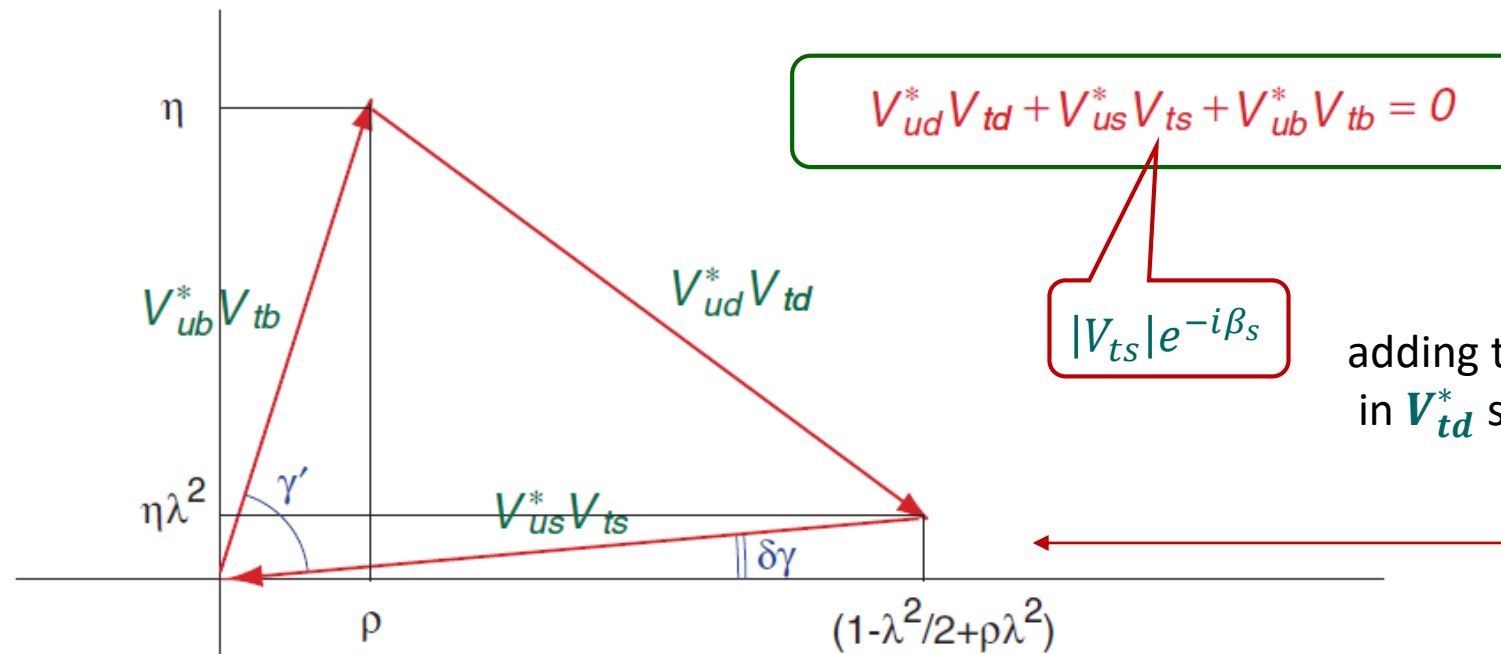
Try your vector algebra...

$$V_{ub}V_{tb}^* = A\lambda^3(\rho + i\eta)$$

$$V_{ud}V_{td}^* = A\lambda^3(1 - \lambda^2/2)(1 - \rho - i\eta)$$

$$V_{us}V_{ts}^* = -A\lambda^3$$

+ higher order... $\mathcal{O}(\lambda^4)$



adding the term $\mathcal{O}(\lambda^4)$ in V_{td}^* slightly tilts the Δ

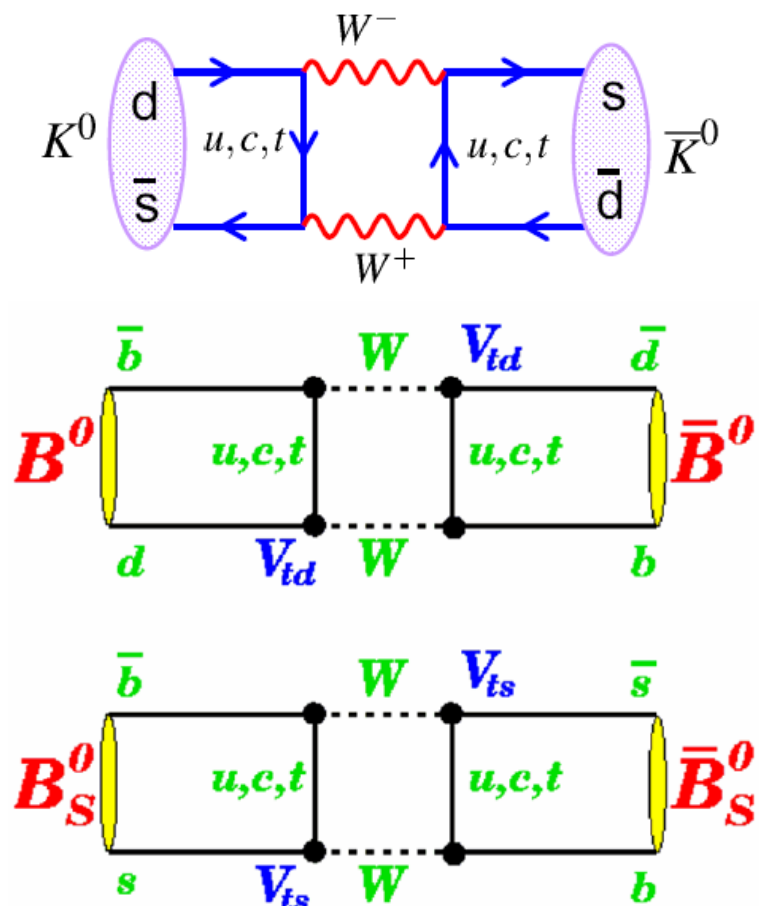
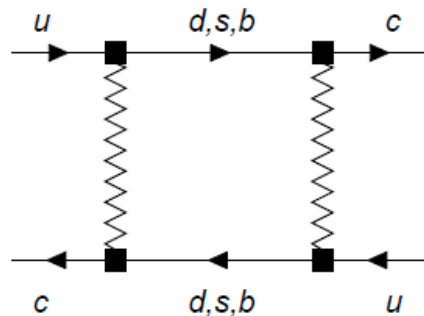
$-iA\lambda^4\eta$

precise measurements can prove this!

Mieszanie kwarków – oscylacje zapachu

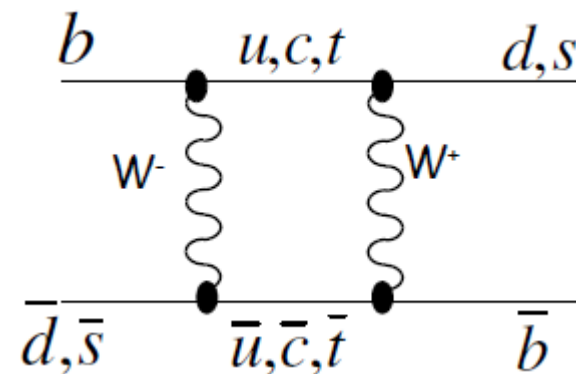
- Najciekawszą konsekwencją mieszania kwarków w oddz. słabych są tzw. oscylacje zapachu, czyli przemiana neutralnych mezonów w swoje antycząski:

	d	s	b
$\bar{d}$	$\times$	K^0	B^0
$\bar{s}$	$\bar{K}^0$	$\times$	B_s
$\bar{b}$	$\bar{B}^0$	$\bar{B}_s$	$\times$
	u	c	t
$\bar{u}$	$\times$	D^0	$\diamond$
$\bar{c}$	$\bar{D}^0$	$\times$	$\diamond$
$\bar{t}$	$\diamond$	$\diamond$	$\times$



obserwacja różnicy w zachowaniu P^0 i $\bar{P}^0$

Łamanie CP w oddz. słabych



Ewolucja czasowa mezonów K^0

1. Meson K^0 can decay into all, allowed by energy-momentum conservation, states.
2. The exponential decay law leads to the time dependence of the wave function:

$$|K^0(t)\rangle = |K^0\rangle e^{-\frac{\Gamma t}{2}} e^{-imt}$$

time evolution of a stable state with mass m , $m = E$

which satisfy the equation:

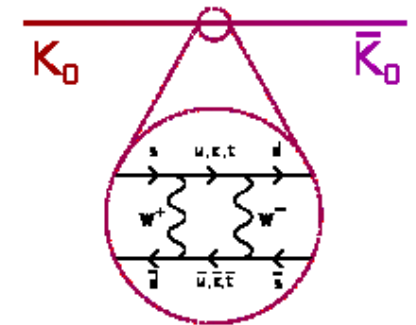
$$i \frac{\partial}{\partial t} |K^0(t)\rangle = \underbrace{\left(m - \frac{i}{2}\Gamma\right)}_H |K^0(t)\rangle$$

total width such that probability of finding an undecayed meson at time t is:

$$|\langle K^0(t) | K^0 \rangle|^2 = e^{-\Gamma t}$$

$$\begin{aligned} |K^0(t)\rangle &= e^{-iHt} |K^0(t=0)\rangle = e^{-iHt} \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_S^0\rangle + |K_L^0\rangle) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{-i\left(m_S - \frac{i\Gamma_S}{2}\right)t} |K_S^0\rangle + e^{-i\left(m_L - \frac{i\Gamma_L}{2}\right)t} |K_L^0\rangle \right] = \dots = \dots = \dots \end{aligned}$$

so let's be more general:



Ewolucja czasowa neutralnych mezonów - ogólnie

1. The eigenstates of effective Hamiltonian (weak) written in the form:

$$|P_1\rangle = p|P^0\rangle + q|\overline{P^0}\rangle$$

$$|P_2\rangle = p|P^0\rangle - q|\overline{P^0}\rangle$$

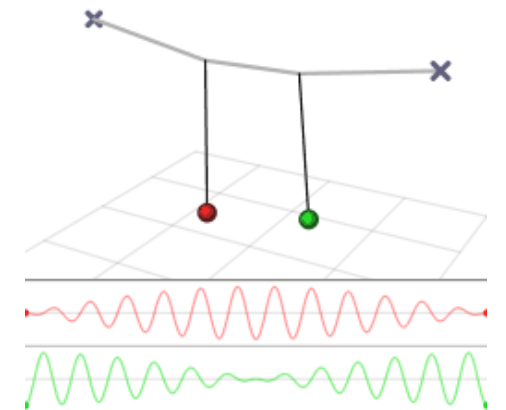
p and q are complex numbers satisfying: $|p|^2 + |q|^2 = 1$ (for K_1^0 and K_2^0 : $p = q = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

2. Solving Schrödinger equation we see time evolution of the eigenstates:

$$|P_1(t)\rangle = |P_1\rangle e^{-i\left(m_1 - \frac{i\Gamma_1}{2}\right)t}$$

$$|P_2(t)\rangle = |P_2\rangle e^{-i\left(m_2 - \frac{i\Gamma_2}{2}\right)t}$$

These relations show that the original P^0 meson after some time can either convert to $\overline{P^0}$ or decay.



Ewolucja czasowa neutralnych mezonów - ogólnie

9. Finally the time evolution of **weak** eigenstates as a combination of **flavour** eigenstates:

$$\begin{aligned} |P^0(t)\rangle &= f_+(t)|P^0\rangle + \frac{q}{p}f_-(t)|\bar{P}^0\rangle \\ |\bar{P}^0(t)\rangle &= f_+(t)|\bar{P}^0\rangle + \frac{p}{q}f_-(t)|P^0\rangle \end{aligned}$$

$$f_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \left[e^{-i(m_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1)t} \pm e^{-i(m_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2)t} \right]$$

solve this!

$$|f_{\pm}(t)|^2 = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} \pm 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t) \right]$$

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2}$$

interference term

10. The time evolution of mixing probabilities, i.e. the probability that having started the observation with a P^0 meson, after some time t we still have P^0 (or it has oscillated to $\bar{P}^0$):

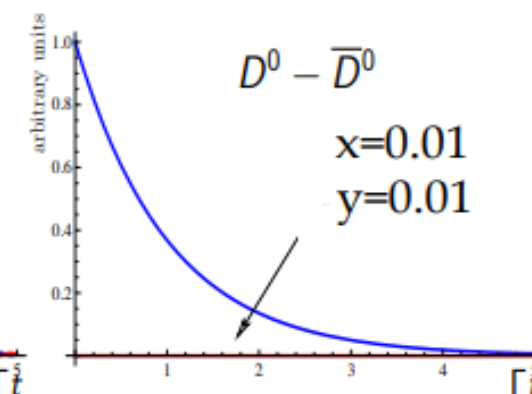
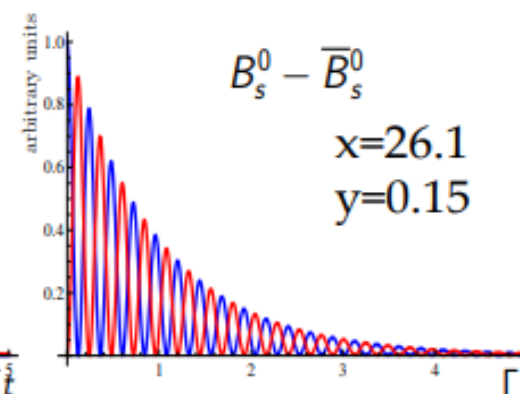
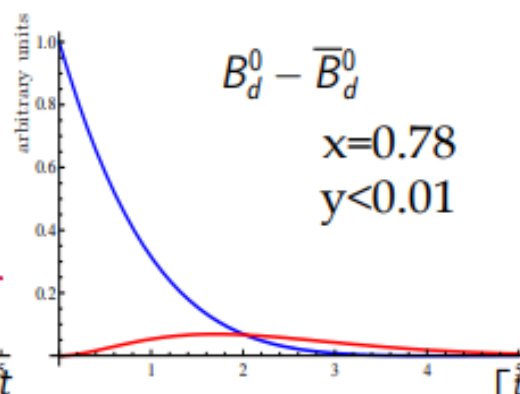
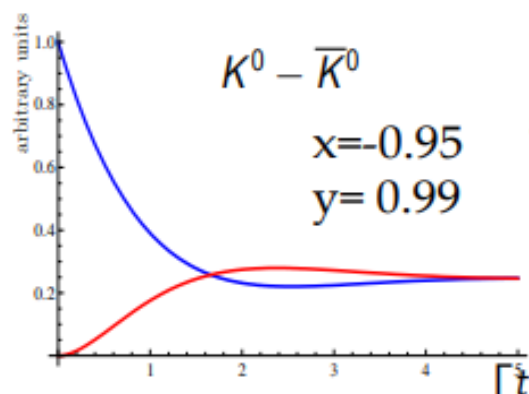
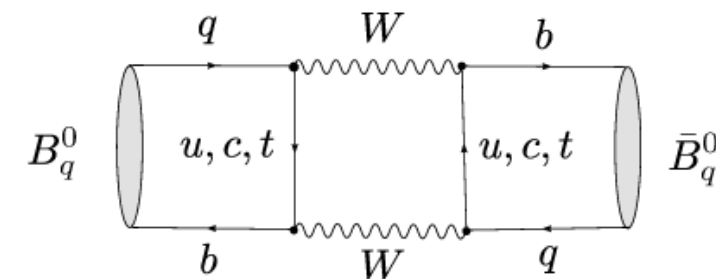
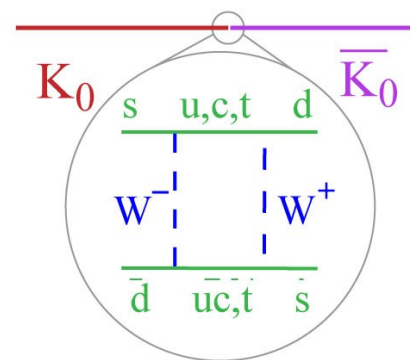
$$\begin{aligned} P(P^0 \rightarrow P^0; t) &= |\langle P^0 | P^0(t) \rangle|^2 = |f_+(t)|^2 \\ P(P^0 \rightarrow \bar{P}^0; t) &= |\langle \bar{P}^0 | P^0(t) \rangle|^2 = \left| \frac{q}{p} f_-(t) \right|^2 \end{aligned}$$

Let's look closer at the parameters of flavour oscillations:

Łamanie parzystości CP w mieszaniu

- Weak interactions makes possible the change of quark flavour.
This rule can do some magic transition from matter to antimatter:

- We found that having started the observation with a P^0 meson, after some time t we can have $\bar{P}^0$ (P^0 has oscillated to $\bar{P}^0$)!
- SM and V_{CKM} provide us with the parameters of oscillations

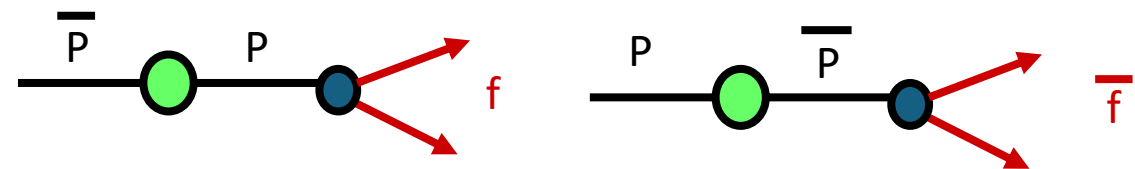


Trzy typy łamania parzystości CP

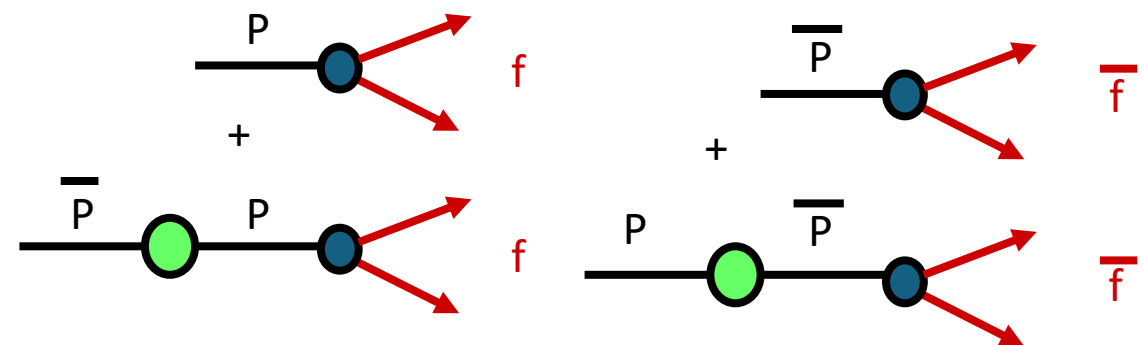
I. CP violation in decay (direct CP Violation)



II. CP violation in mixing (indirect CP Violation)



III. CP violation in interference between mixing and decay



Jak znaleźć CPV?

- Obserwacja $\mathcal{CPV}$ polega na porównaniu szybkości rozpadu (decay rate, czyli liczby rozpadów na czas) $\Gamma(P \rightarrow f)$ z $\Gamma(\bar{P} \rightarrow \bar{f})$
- Jest to pośrednie łamanie $\mathcal{CP}$ w mieszaniu neutralnych mezonów
- Definiujemy asymetrię pomiędzy rozpadami neutralnych stanów $\mathcal{CP}$ sprzężonych:

$$A_{CP}(t) = \frac{\Gamma\{B(t) \rightarrow f\} - \Gamma\{\bar{B}(t) \rightarrow \bar{f}\}}{\Gamma\{B(t) \rightarrow f\} + \Gamma\{\bar{B}(t) \rightarrow \bar{f}\}}$$

gdzie: $\Gamma(P \rightarrow f) \propto |A_f|^2$

- Amplituda A_f jest zdefiniowana jako element macierzowy, który opisuje przejście pomiędzy stanem P i f , takim, że:

$P \rightarrow f$ opisywane jest przez $A_f = \langle f | H | P \rangle$

$\bar{P} \rightarrow \bar{f}$ przez: $\bar{A}_f = \langle \bar{f} | H | \bar{P} \rangle$

Mieszanie układów mezonów B^0 i B_S^0

1. The weak B-meson states are a combination of flavour states:

$$|B_L\rangle = p|B^0\rangle + q|\overline{B}^0\rangle \quad |B_H\rangle = p|B^0\rangle - q|\overline{B}^0\rangle$$

2. In terms of the CKM elements q/p is given by:

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{tb}V_{td}^*} = e^{-i2\beta}$$

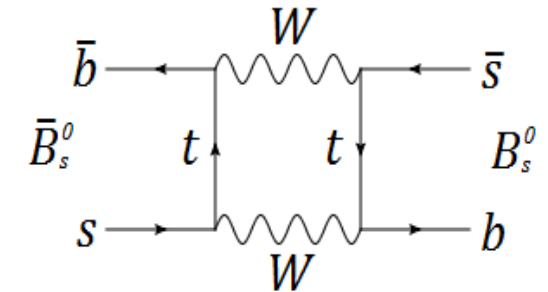
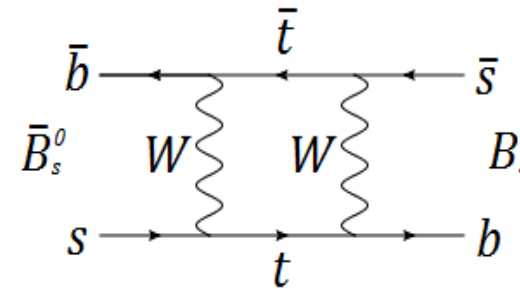
here d is replaced by s in case of B_S^0

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{ts}V_{tb}^*}{V_{tb}V_{ts}^*} = e^{-i2\beta_s}$$

so now the physical states are written as:

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\overline{B}^0\rangle]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\overline{B}^0\rangle]$$



Mieszanie układów mezonów B^0 i B_S^0

1. The physical states are written as:

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

the eigenstates of the effective Hamiltonian $|B_{L,H}\rangle$, with definite mass and lifetime, are mixtures of the flavour eigenstates $|B^0\rangle$ and $|\overline{B^0}\rangle$

and β is also called the **B^0 mixing phase**

3. The states B_L and B_H are lighter and heavier state, with almost identical lifetimes: $\Gamma_L = \Gamma_H \equiv \Gamma$
4. The mass difference Δm between them is greater than in kaons.

Mieszanie układów mezonów B^0 i B_S^0

5. If we write the flavour states as a combination of weak states:

$$|B^0\rangle = 1/\sqrt{2} [|B_L\rangle + |B_H\rangle]$$

then the wavefunction evolves according to the time dependence of physical states:

$$|B(t)\rangle = 1/\sqrt{2} \{a(t)|B_L\rangle + b(t)|B_H\rangle\}$$

where time dependence of coefficients is:

$$a(t) = e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\Gamma)t} \quad b(t) = e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\Gamma)t}$$

Now substitute $a(t)$ and $b(t)$ and $|B_{L,H}\rangle$ into time-dependent wave function.

Do not forget to express mass states as a combination of flavour states....

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

Mieszanie układów mezonów B^0 i B_S^0

6. Now substitute $a(t)$ and $b(t)$ and $|B_{L,H}\rangle$ into time-dependent wave function:

$$|B(t)\rangle = 1/\sqrt{2}\{a(t)|B_L\rangle + b(t)|B_H\rangle\}$$

$$|B_L\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle + e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

$$|B_H\rangle = 1/\sqrt{2} [|B^0\rangle - e^{-i2\beta} |\overline{B^0}\rangle]$$

$$a(t) = e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\Gamma)t} \quad b(t) = e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\Gamma)t}$$

.... and calculate the probabilities of the state to stay as a $|B^0\rangle$

$$P(B^0(t=0) \rightarrow B^0; t) = |\langle B^0(t) | B^0 \rangle|^2 = \dots = e^{-\Gamma t} \cos^2\left(\frac{\Delta m}{2} t\right)$$

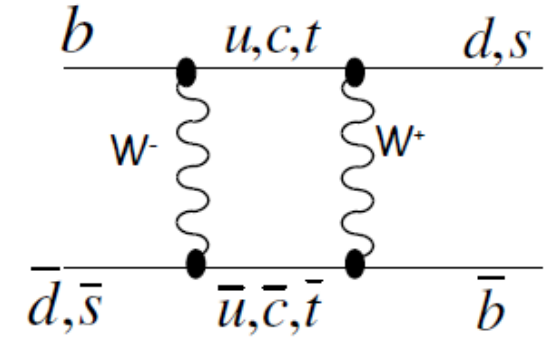
7. The same calculation can be done for B_S^0

try to do it!

Mieszanie układów mezonów B^0 i B_S^0 ?

- Oscylować mogą neutrane mezony, jak: $\begin{pmatrix} B^0 = d\bar{b} \\ \bar{B}^0 = \bar{d}b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} B_S^0 = s\bar{b} \\ \bar{B}_S^0 = \bar{d}s \end{pmatrix}$
- Najczęściej wymieniany jest najcięższy kwark, czyli t.

$$A \propto \sum \text{all pair of quarks } A_{bi} A_{jb}^*$$

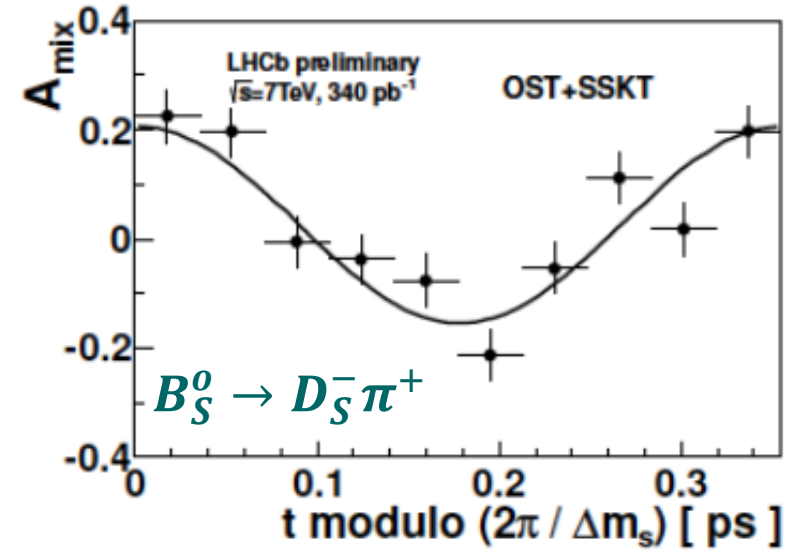


Doświadczalnie:	$B^0 = d\bar{b} \quad \bar{B}^0 = \bar{d}b$	$B_S^0 = s\bar{b} \quad \bar{B}_S^0 = \bar{d}s$
Parametry oscylacji	$x_d = \frac{\Delta m_d}{\bar{\Gamma}_d} \approx 0.72$	$x_s = \frac{\Delta m_s}{\bar{\Gamma}_s} \approx 24$
Różnica mas (duża)	$\Delta m_d \approx 3.3 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}$ $\approx 0.5 \text{ ps}^{-1}$	$\Delta m_s \approx 17.8 \text{ ps}^{-1}$
Różnica czasów życia (mała)	$x_d = \frac{\Delta \Gamma_d}{\bar{\Gamma}_d} \approx 5 \cdot 10^{-3}$	$x_d = \frac{\Delta \Gamma_s}{\bar{\Gamma}_s} \approx 0.1$
$\frac{q}{p}$ - czuły na CPV	$\frac{q}{p} = \frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{tb} V_{td}^*} \sim \beta$	$\frac{q}{p} = \frac{V_{ts} V_{tb}^*}{V_{tb} V_{ts}^*} \sim \beta_s$

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^*}{M_{12}}}$$

Jak znaleźć CPV?

LHCb: $\Delta m_S = 17.768 \pm 0.023 \text{ ps}^{-1}$



$$\Gamma(B \rightarrow J/\psi K_S) = \left| A e^{-imt - \Gamma t} \left(\cos \frac{\Delta m t}{2} + e^{-i\phi} \sin \frac{\Delta m t}{2} \right) \right|^2$$

$$A_{CP}(t) = \frac{\Gamma\{B \rightarrow J/\psi K_S\} - \Gamma\{\bar{B} \rightarrow J/\psi K_S\}}{\Gamma\{B \rightarrow J/\psi K_S\} + \Gamma\{\bar{B} \rightarrow J/\psi K_S\}} = -\sin 2\beta \sin \Delta m t$$