



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE  
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

# Model Standardowy

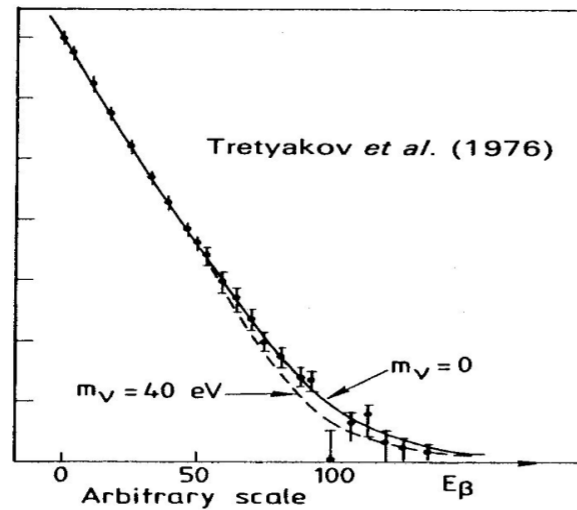
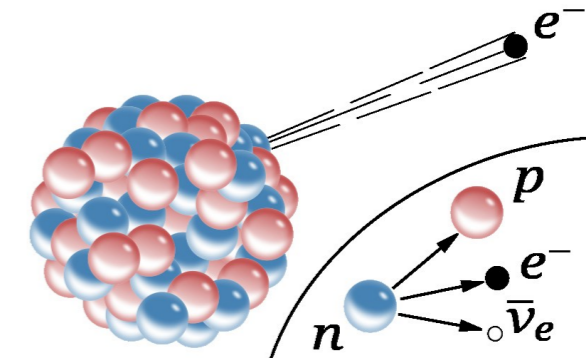
Oddziaływania elektrosłabe

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

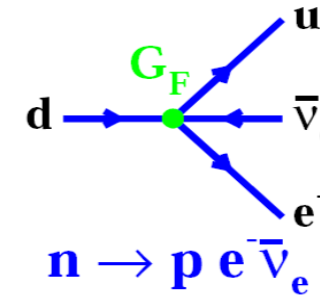
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

# Oddziaływania słabe

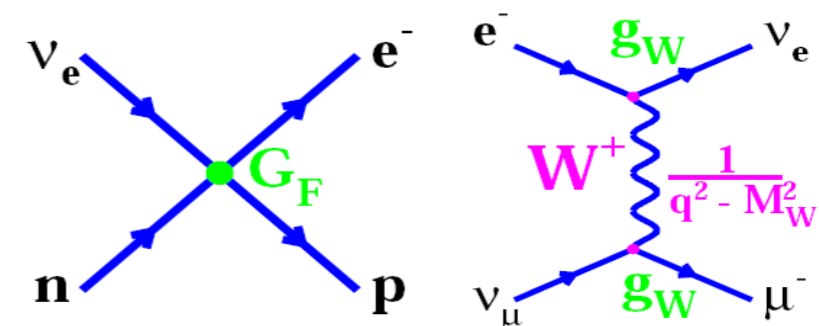
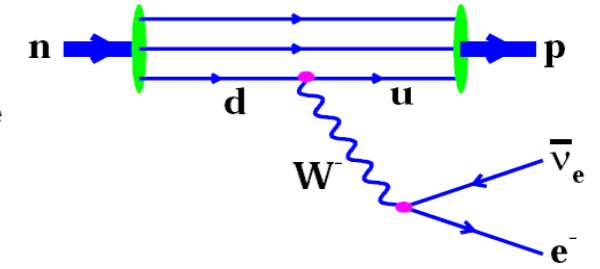
- Rozpady  $\beta$  zachodzą poprzez oddziaływania słabe:
  - neutron zmienia się w proton i emituje elektron i neutrino
- 1930 – W.Pauli zaproponował hipotezę neutrino (odkryte w 1956)
- Obecnie rozpady  $\beta$  uważane są jako zmianę kwarków  $u \leftrightarrow d$  spowodowaną emisją bozonu  $W^\pm$ :



niskie energie (jądro)  
teoria Fermiego

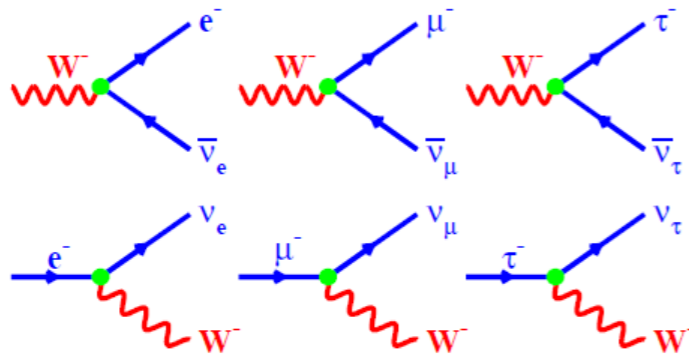


wysokie energie  
(oddz. elektrosłabe)

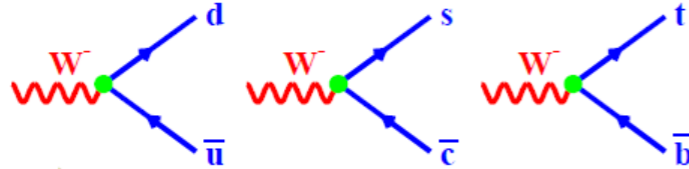


# Oddziaływania słabe

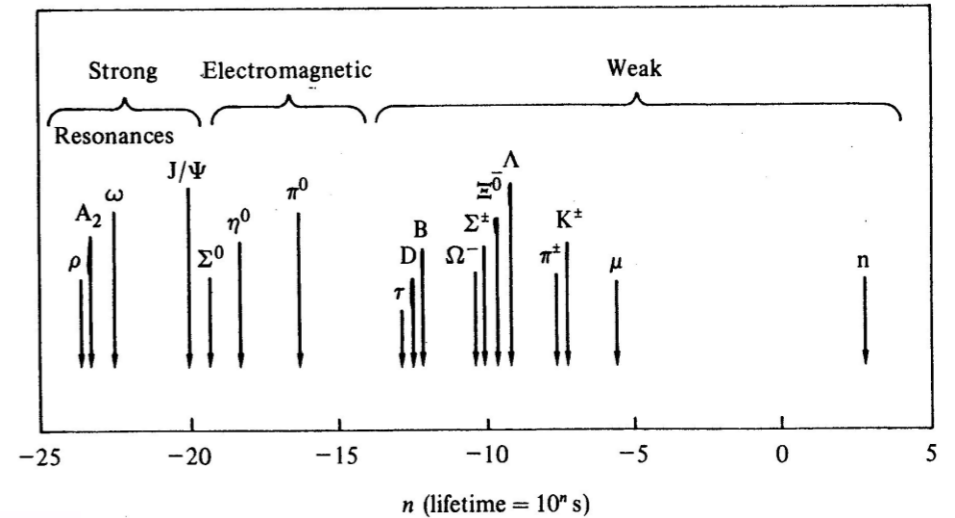
- Oddziaływania słabe są INNE niż elektromagnetyczne i silne:
  - są przenoszone przez ciężkie bozony
  - zmieniają rodzaj cząstki (leptonów i kwarków)
- WSZYSTKIE cząstki (również neutrino) oddziałują słabo



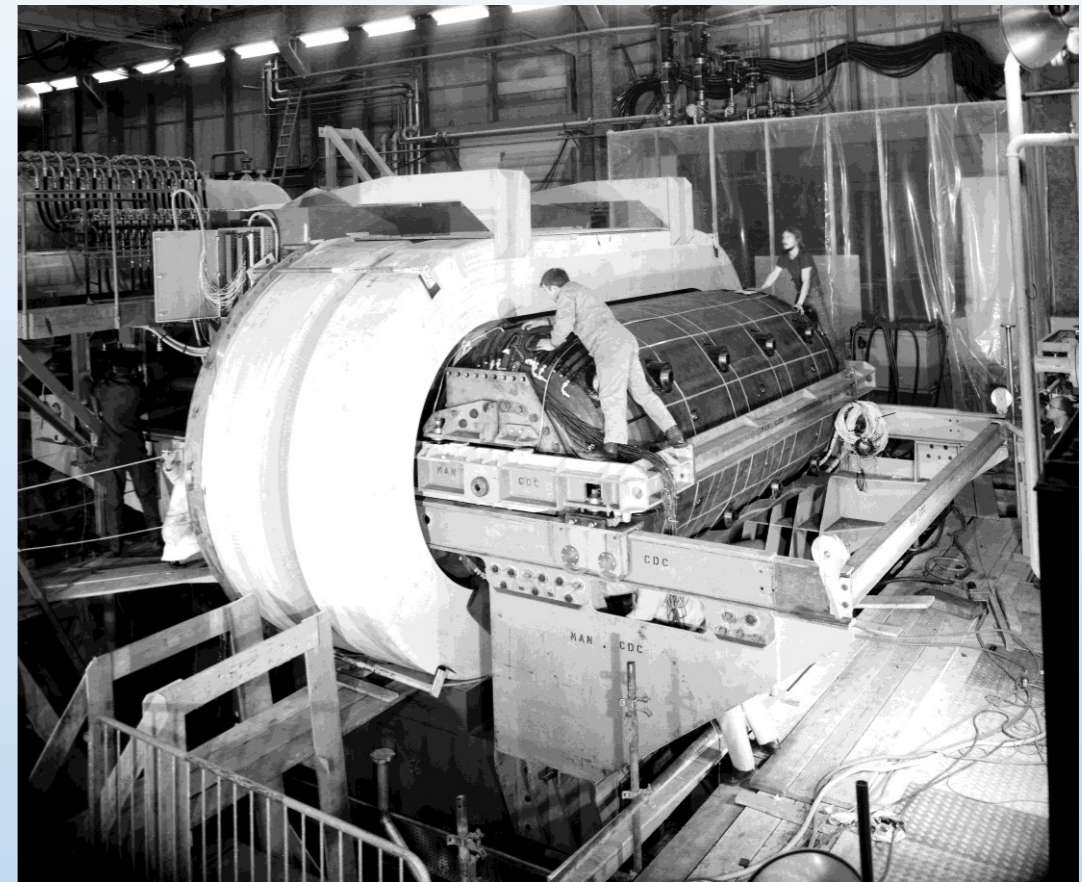
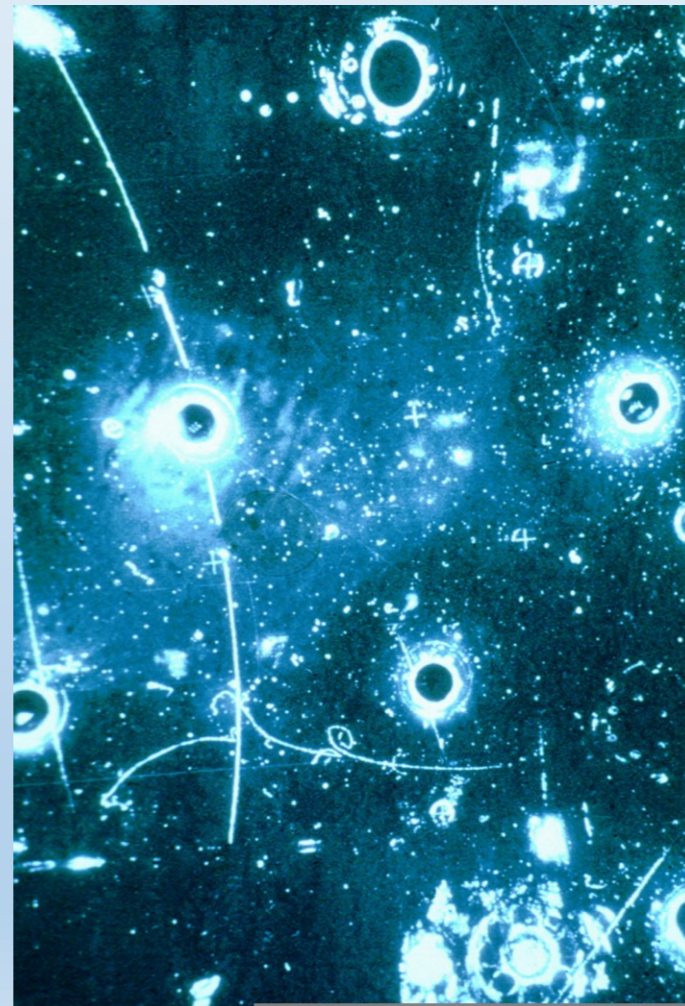
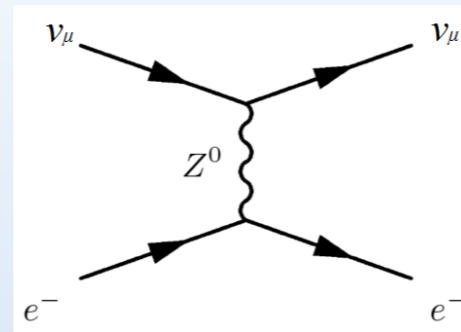
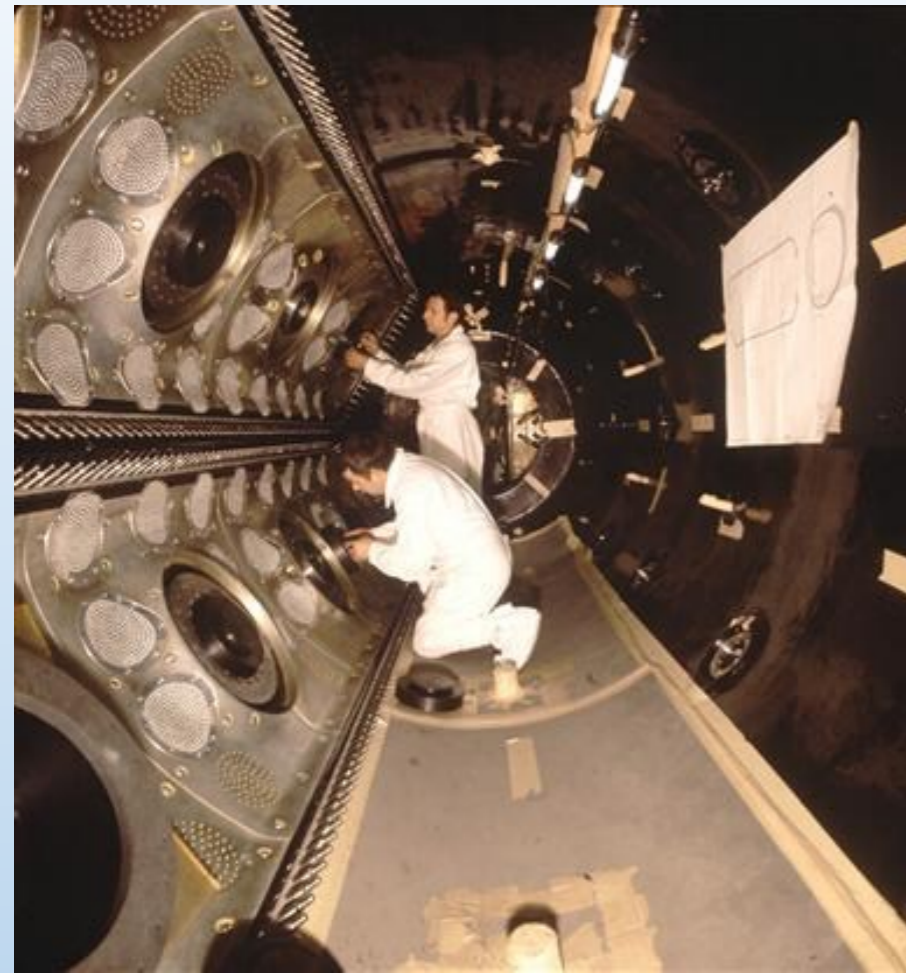
e.g.



Słabe rozpady są słabe, a więc cząstka żyje stosunkowo długo



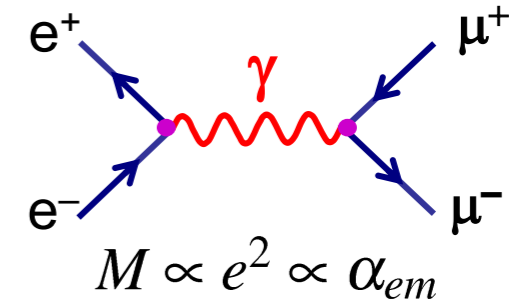
# Gargamelle bubble chamber, CERN PS 1971-77



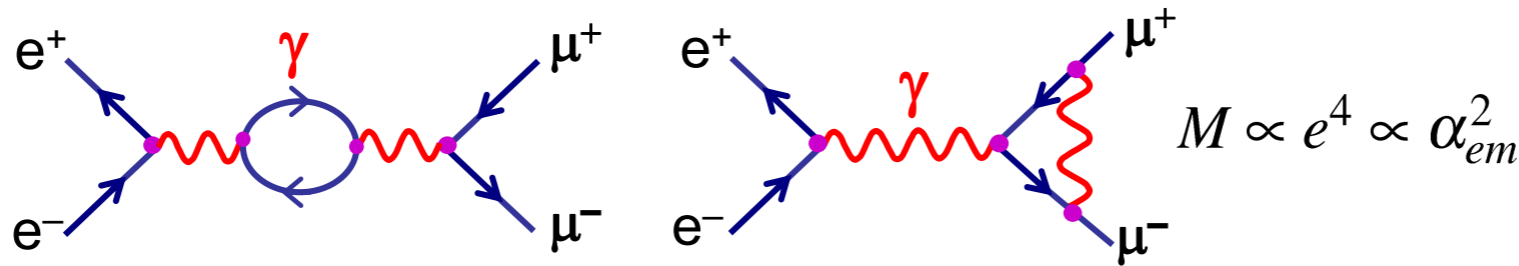
a [leptonic neutral current interaction](#).  
A [neutrino](#) interacts with an [electron](#), the track of which is seen horizontally, and emerges as a neutrino without producing a [muon](#). [Wikipedia]

# Model Standardowy – pomiar linii Z<sup>0</sup>

- Anihilacja elektron-pozyton (do lat 60-tych XX wieku):
  - ✓ proces elektromagnetyczny
  - ✓ przenoszone przez bezmasowy foton wirtualny,
  - ✓ amplituda w najniższym rzędzie  $M \propto e^2 \propto \alpha_{em}$ ,  $\alpha_{em} \approx 1/100$
  - ✓ amplitudy z diagramów wyższych rzędów należy sumować  $M_{fi} = M_1 + M_2 + M_3 + \dots$
  - ✓ w sumach amplitud pojawią się efekty interferencji (konstruktywnej lub destrukcyjnej):



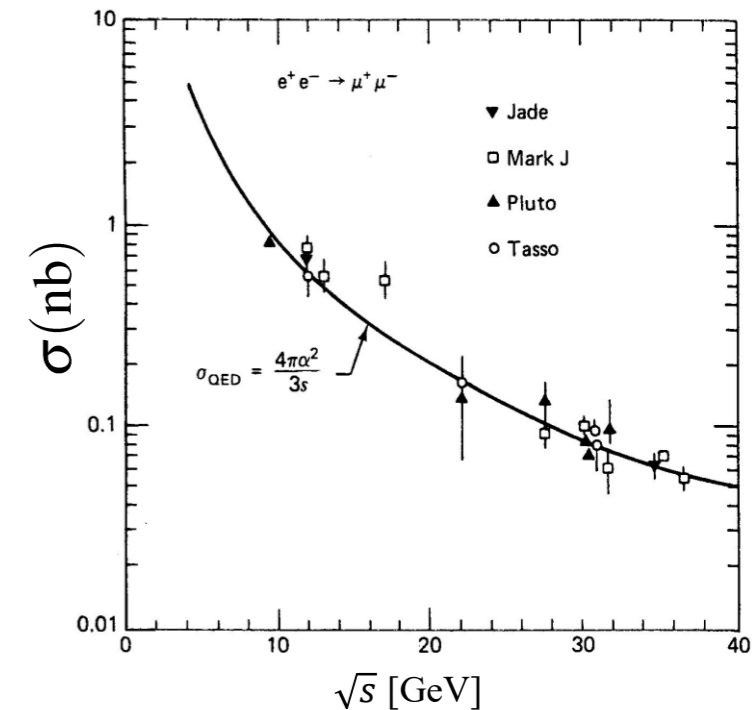
rys.M.Thomson



$$|M_{fi}|^2 = (M_1 + M_2 + M_3 + \dots)(M_1^* + M_2^* + M_3^* + \dots)$$

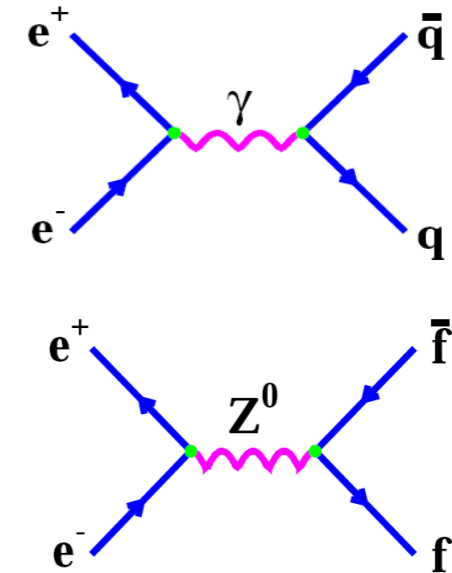
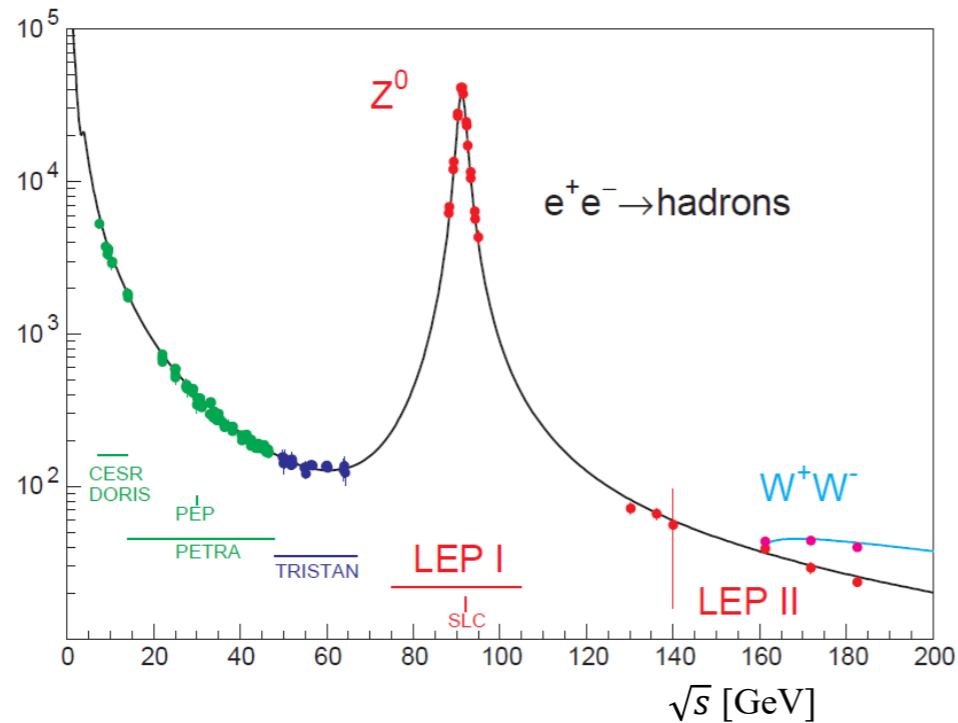
- ✓ przekrój czynny z uwzględnieniem diagramu I-go rzędu:

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$$



# Model Standardowy – pomiar linii $Z^0$

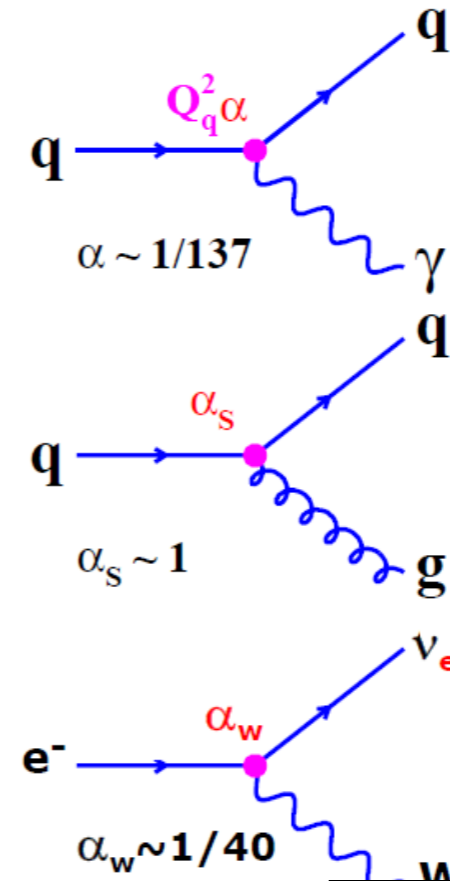
- Anihilacja elektron-pozyton (do lat 60-tych XX wieku):
  - ✓ proces elektromagnetyczny **lub/i** słaby
  - ✓ przenoszone przez bezmasowy foton wirtualny **lub/i** bozon  $Z^0$ ,



- proces  $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}$ :
  - ✓ oddz. elektromagnetyczne  $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ ,
  - ✓ oddz. słabe ( $Z^0, W^\pm$ )
  - ✓ oddz. silne  $e^+e^- \rightarrow q^+q^- \rightarrow \text{hadrony}$

# Oddziaływania słabe a silne i elm

- Oddziaływania elektromagnetyczne:
  - ✓ pomiędzy kwarkami i naładowanymi leptonami
  - ✓ przenoszone przez bezmasowy foton
  - ✓ foton oddziałuje z ładunkiem elektrycznym,  $\alpha \approx 1/137$
  - ✓ nie zmieniają rodzaju cząstek
  - ✓ na odległości  $10^{-15}$  m  $F_{elm} \approx 200$  N
  
- Oddziaływania silne
  - ✓ pomiędzy kwarkami i gluonami
  - ✓ przenoszone przez bezmasowe gluony
  - ✓ gluony oddziałują z ładunkiem kolorowym,  $\alpha_s \approx 1$
  - ✓ nie zmieniają rodzaju cząstek
  - ✓ na odległości  $10^{-15}$  m  $F_{strong} \approx 160\ 000$  N
  
- Oddziaływania słabe
  - ✓ pomiędzy kwarkami i wszystkimi leptonami
  - ✓ przenoszone przez ciężkie bozony (bo mały zasięg),  $\alpha_w \approx 1/40$
  - ✓ **zmieniają rodzaj cząstki**
  - ✓ na odległości  $10^{-15}$  m  $F_{weak} \approx 0.002$  N

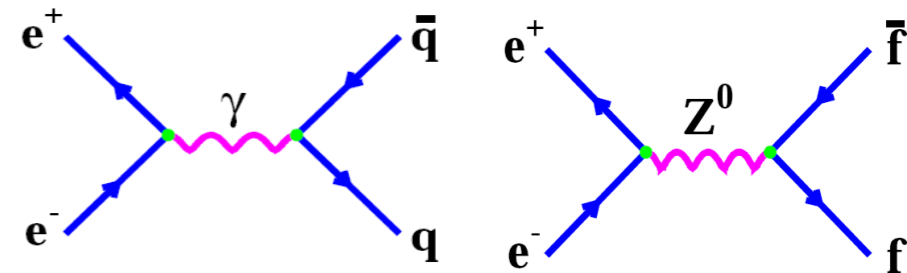


rys. M. Thomson

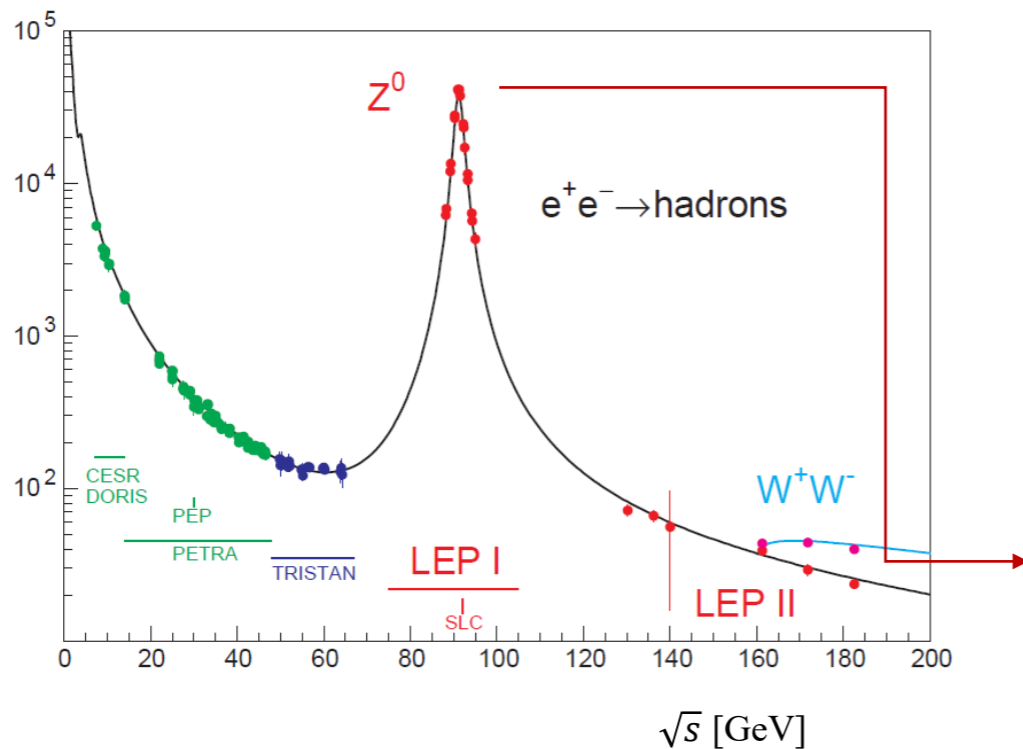
które oddziaływania są podobne?

# Model Standardowy – pomiar linii $Z^0$

- Anihilacja elektron-pozyton dla wyższych energii (LEP):
  - ✓ proces elektromagnetyczny **lub/i** słaby
  - ✓ przenoszone przez bezmasowy foton wirtualny **lub/i** bozon  $Z^0$ ,



rys.M.Thomson



- ✓ przekrój czynny na proces  $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}$ :

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}) = g \frac{\pi}{E_e^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{f\bar{f}}}{(E_{CM} - M_Z)^2 + \Gamma_Z^2/4}$$

$$g = \frac{2J_Z + 1}{(2S_{e^+} + 1)(2S_{e^-} + 1)}$$

$$s = 4E_e^2$$

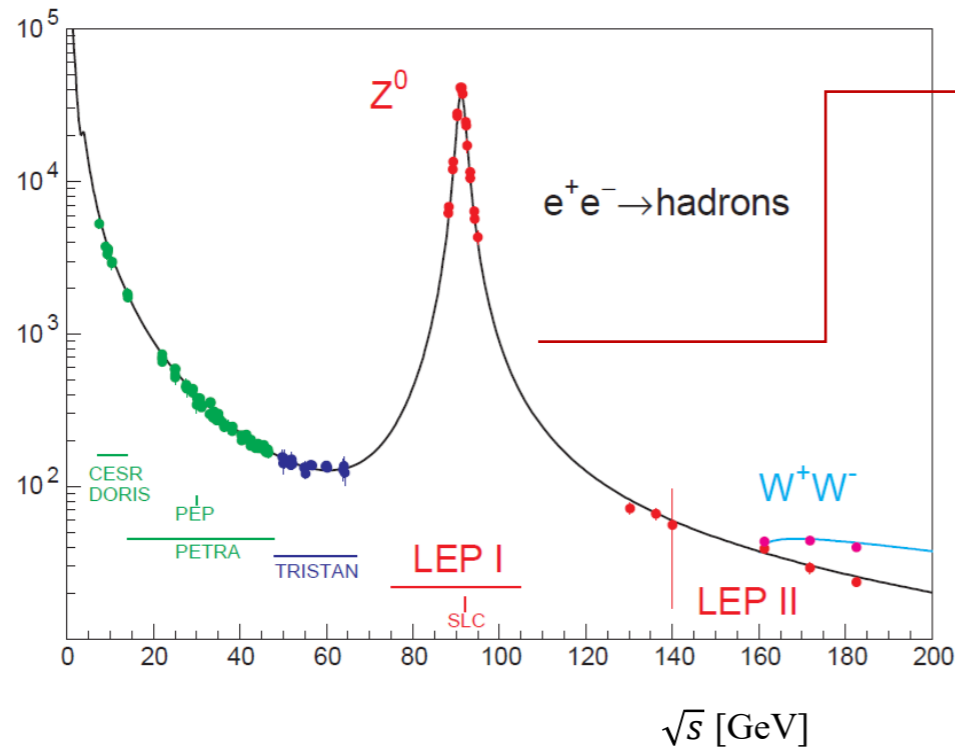
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}) = \frac{3\pi}{\sqrt{s}} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{f\bar{f}}}{(\sqrt{s} - M_Z)^2 + \Gamma_Z^2/4}$$

- ✓ Formuła Breita-Wignera?
- ✓ co oznaczają wszystkie te parametry?

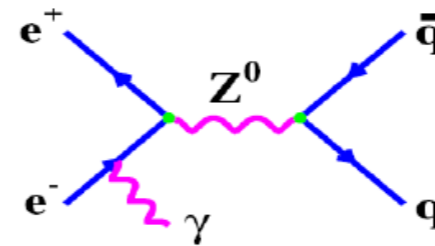
# Model Standardowy – pomiar linii $Z^0$

- Całkowita szerokość – suma szerokości na poszczególne stany końcowe  $\Gamma_Z = \Gamma_{ee} + \Gamma_{\mu\mu} + \Gamma_{\tau\tau} + \Gamma_{q\bar{q}} + \Gamma_{\nu\bar{\nu}}$

✓ w pikie (maximum)  $\sqrt{s} = M_Z$ , 
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}) = \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{f\bar{f}}}{\Gamma_Z^2}$$



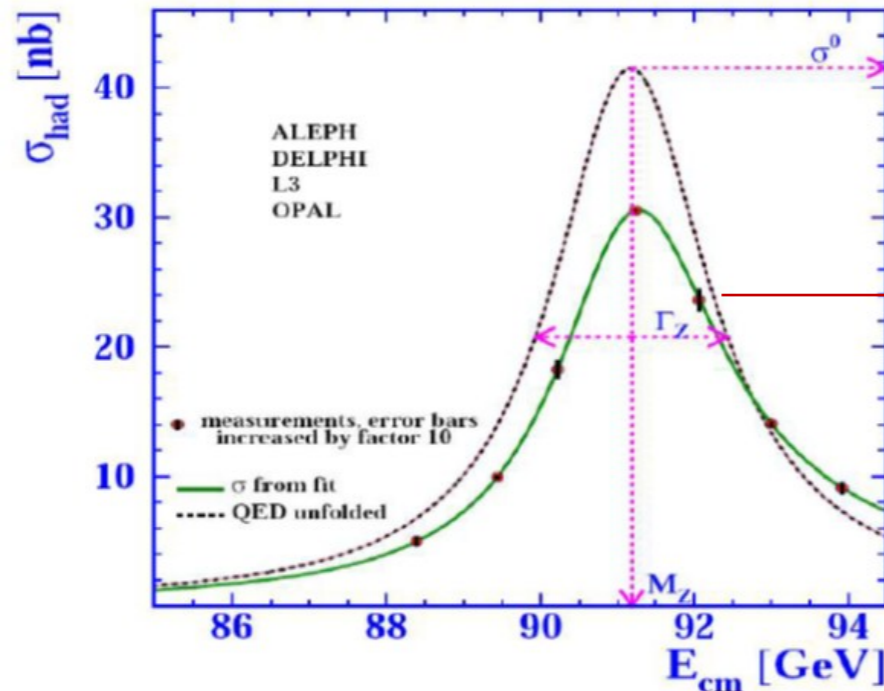
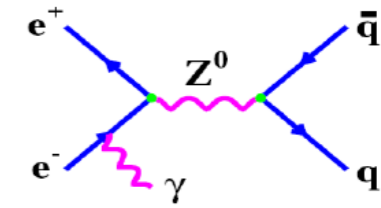
- ✓ asymetria w B-W?
- ✓ poprawki radiacyjne!



# Model Standardowy – pomiar linii $Z^0$

- Całkowita szerokość – suma szerokości na poszczególne stany końcowe  $\Gamma_Z = \Gamma_{ee} + \Gamma_{\mu\mu} + \Gamma_{\tau\tau} + \Gamma_{q\bar{q}} + \Gamma_{\nu\bar{\nu}}$

✓ w pikie (maximum)  $\sqrt{s} = M_Z$ , 
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}) = \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{f\bar{f}}}{\Gamma_Z^2}$$



- ✓ poprawki radiacyjne!

- ✓ elektron przed zderzeniem może wypromieniować foton – obniża to jego energię.

- ✓ Krzywą doświadczalną należy przeskalować o poprawki związane z QED.

- Najbardziej precyzyjne wyniki HEP:

$$M_Z = 91.1875 \pm 0.0021 \text{ GeV}$$

$$\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023 \text{ GeV}$$

$$\sigma_{q\bar{q}} = 41.540 \pm 0.037 \text{ nb}$$

## Model Standardowy – pomiar linii $Z^0$

- Anihilacja elektron-pozyton dla wysokich energii  $\sqrt{s} > 50$  GeV (od 1994 roku):
  - ✓ proces elektromagnetyczny **lub/i** słaby
  - ✓ przenoszone przez bezmasowy foton wirtualny **lub/i** bozon  $Z^0$
  - ✓ amplitudy z obu diagramów należy wysumować  $M = M_\gamma + M_Z$
  - ✓ efekty interferencji (konstruktywnej lub destrukcyjnej):

$$|M|^2 = |M_\gamma + M_Z|^2 = |M_\gamma|^2 + |M_Z|^2 + 2 \operatorname{Re}(M_\gamma M_Z^*)$$

$$\mathcal{M}_\gamma = \frac{e^2 Q_e Q_f}{s} [\bar{v}(e^+) \gamma^\mu u(e^-)] [\bar{u}(f) \gamma_\mu v(\bar{f})]$$

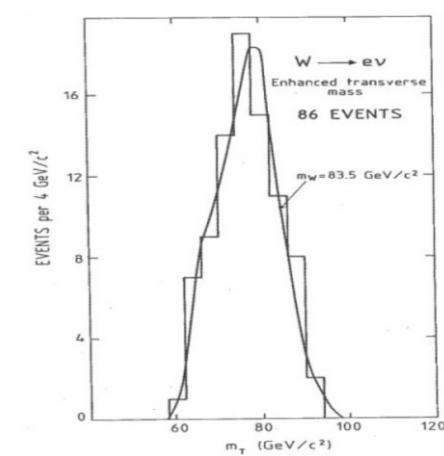
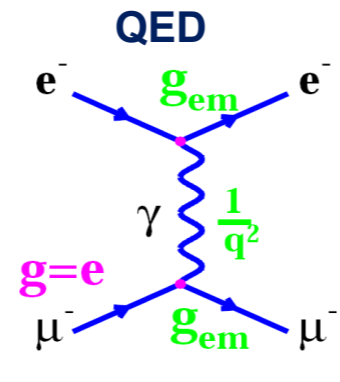
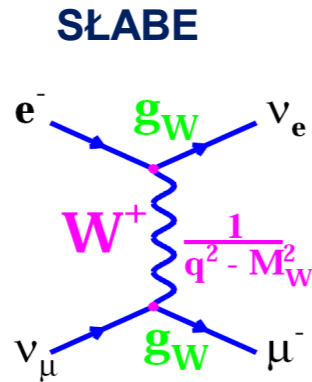
$$\mathcal{M}_Z = \frac{g^2}{\cos^2 \theta_W} \frac{1}{s - M_Z^2 + iM_Z \Gamma_Z} [\bar{v}(e^+) \gamma^\mu (v_e - a_e \gamma^5) u(e^-)] [\bar{u}(f) \gamma_\mu (v_f - a_f \gamma^5) v(\bar{f})]$$

$$v_f = T_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta_W$$

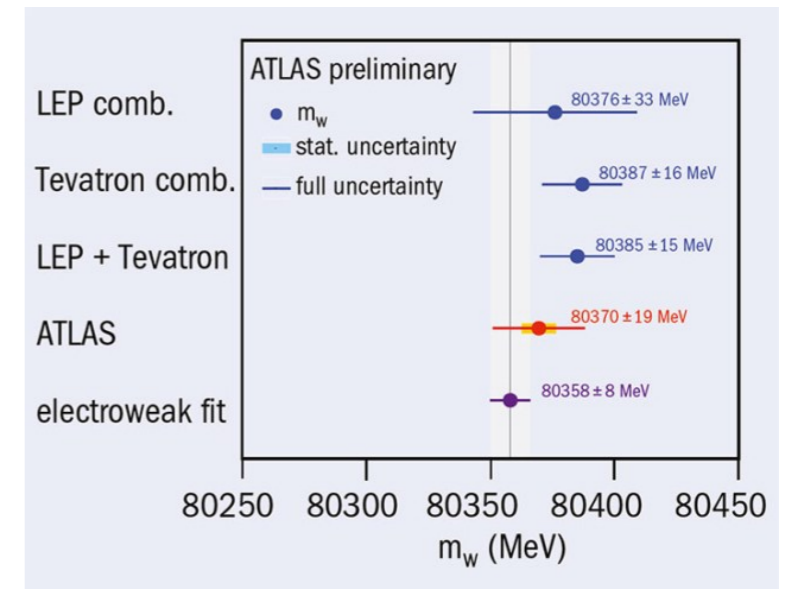
$$a_f = T_3^f$$

- Pomiar linii  $Z^0$  jest najdokładniejszą weryfikacją przewidywań oddziaływań elektroślabych!

# Model Standardowy – pomiary $W^\pm$

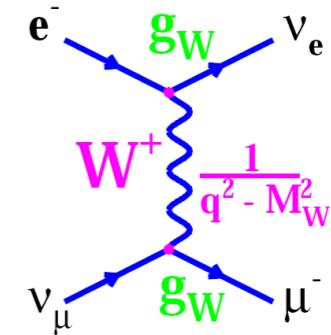


- dla niskich energii, gdy  $q^2 \ll M_W^2$  propagator w postaci  $\frac{1}{M_W}$  czyli punktowego oddziaływania Fermiego,
  - ciężki bozon oznacza krótki zasięg oddziaływania ,  
 $M_W = 80.4 \pm 0.1 \text{ GeV}$   $R \approx 0.002 \text{ fm}$
  - wymieniany bozon przenosi ładunek elektryczny,
  - oddziaływanie ZMIENIA ZAPACH KWARKA!
  - oddziaływanie łamie parzystości

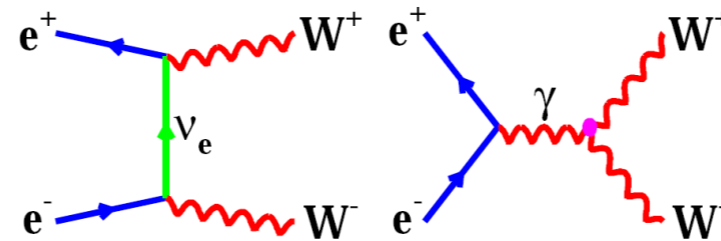


# Oddziaływania słabe i trzy bozony

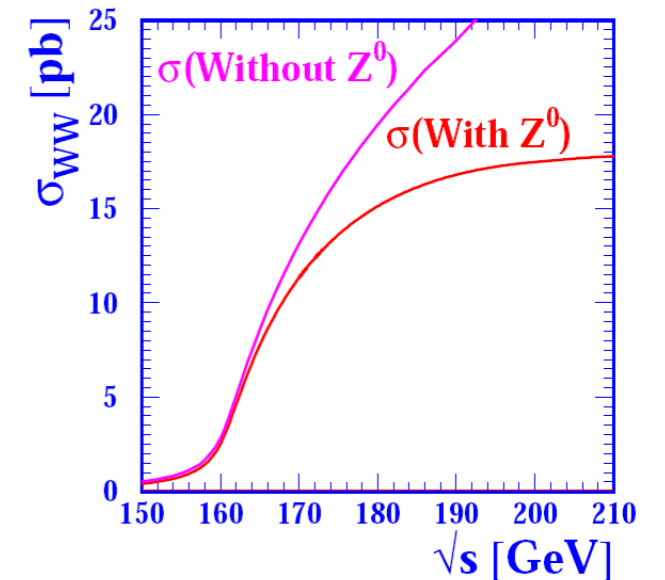
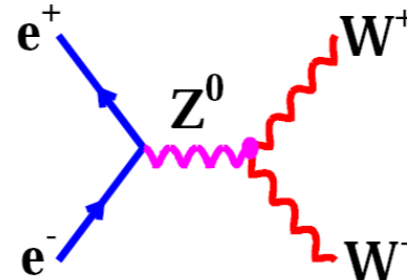
- Przy rozpraszaniu neutrino-elektron wg. teorii Fermiego, przekrój czynny zmierza do nieskończoności.
  - jeśli oddziaływanie zachodzi z wymianą ciężkiego bozonu – propagator powoduje zmniejszenie szybko rosnących równań,
- Przy rozpraszaniu  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  przekrój czynny również miał zbyt szybki wzrost



- Oddziaływanie zachodzi poprzez wymianę bozonów pośredniczących – fotonu,  $W^+$ ,  $W^-$  i  $Z^0$ , które są ze sobą związane.
- Jedynie taka teoria opisuje wyniki doświadczalne i przewiduje nowe efekty.



interferencja dwóch diagramów

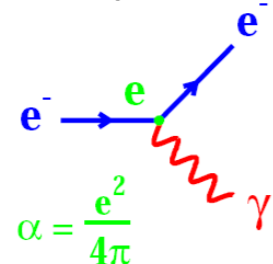


# MS- oddziaływania

W ramach MS opisujemy elementarne fermiony ich oddziaływania:

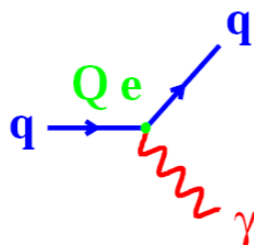
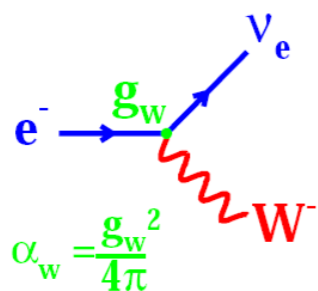
ELEKTROMAGNETYCZNE

rozpraszanie

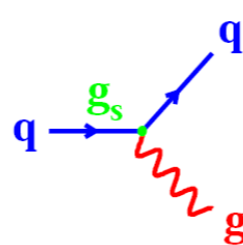


ładunek elektryczny

SŁABE CC (charge current)

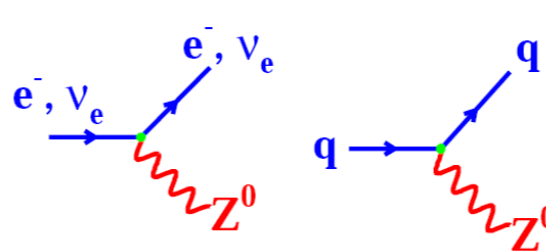
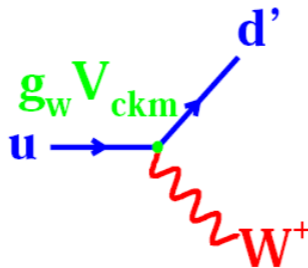


SILNE



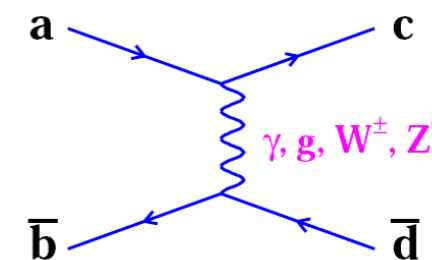
ładunek silny

SŁABE NC (neutral current)

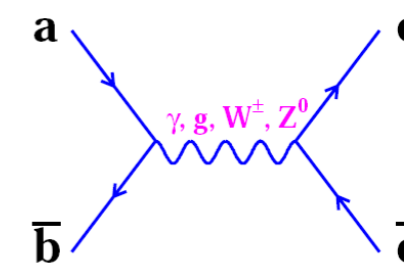


**oddz. słabe zmieniają rodzaj kwarków pomiędzy generacjami !**

rozpraszanie



anihilacja



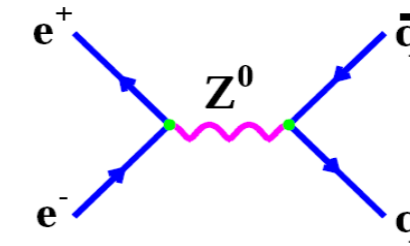
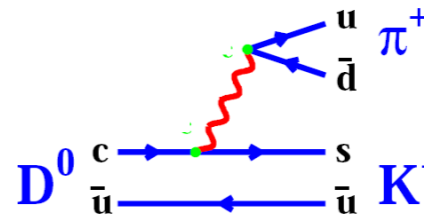
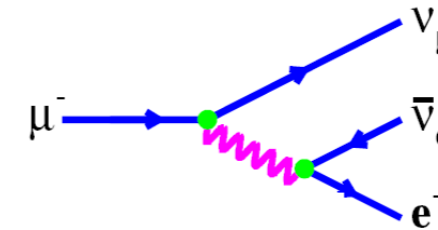
# Oddziaływania słabe

- Procesy słabe można podzielić ze względu na rodzaj oddziałujących cząstek:

- leptonowe:  $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$

- półleptonowe:
  - $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$
  - $p \rightarrow n e^+ \nu_e$
  - $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- nieleptonowe:
  - $\Lambda \rightarrow p \pi^-$
  - $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$
  - $B^0 \rightarrow K^- \pi^+$



- Procesy słabe zachodzą poprzez wymianę:
  - bozonu pośredniczącego  $W^\pm$  (prądy naładowane)
  - bozonu pośredniczącego  $Z^0$  (prądy neutralne)

Zajmiemy się tu prądami naładowanymi:

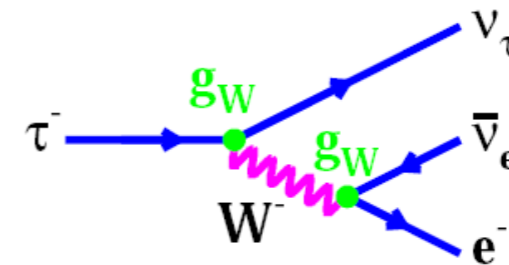
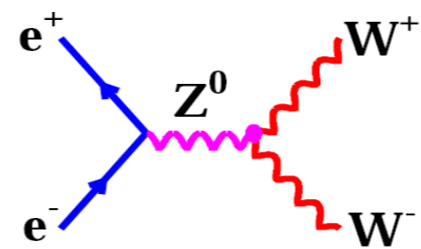
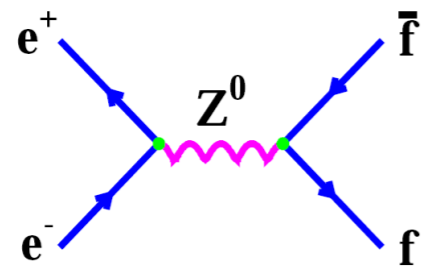
# Oddziaływania słabe i elektromagnetyczne

- Przy niskich energiach (małych przekazach pędu) oddziaływania słabe i elektromagnetyczne różnią się wyraźnie (zasięg, czas życia),
- Przy wyższych energiach (rozpraszanie neutrin) opis Fermiego oddz. słabych daje złe przewidywania.
- pojawia się idea **UNIFIKACJI ODDZIAŁYWAŃ SŁABYCH I ELEKTROMAGNETYCZNYCH**  
(Glashow, Salam, Weinberg 1961-67, nagroda Nobla 1979).
- Idea unifikacji polega na opisaniu teorii tym samym lagranżianem i tymi samymi bozonami pośredniczącymi.
- Przesłaniem nowej teorii były **FAKTY DOŚWIADCZALNE.**

$$\alpha_s \approx 0.2$$

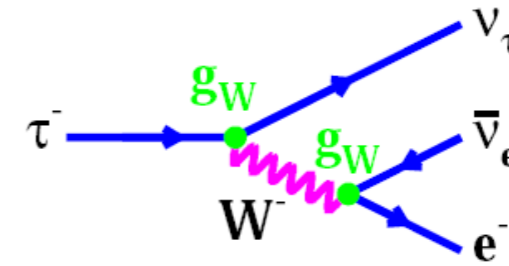
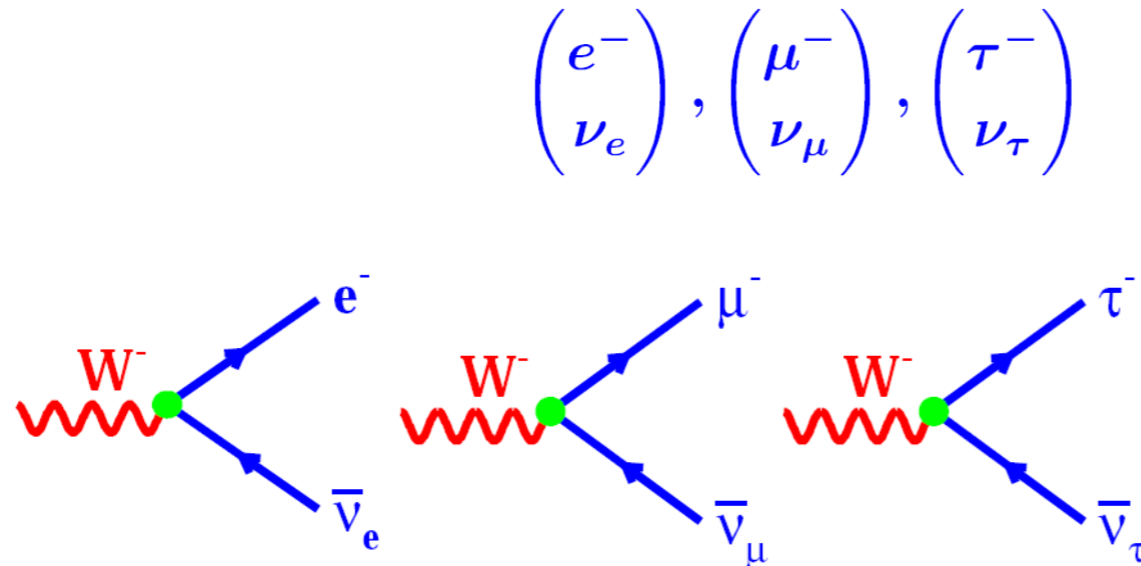
$$\alpha_W \approx 0.03$$

$$\alpha_{elm} \approx 0.01$$



# Słabe rozpady leptonów

- Prądy naładowane (oddz. przenoszone przez bozon W) działają w obrębie dubletów (tego samego pokolenia):

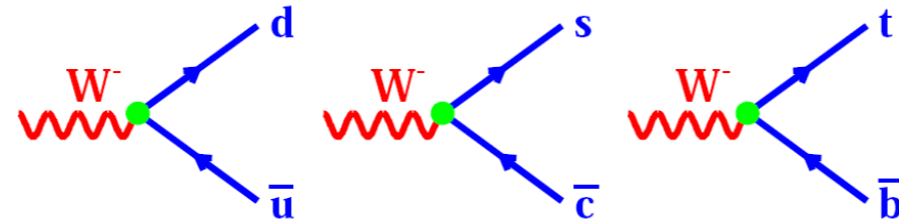


BRAK:  $W \rightarrow e^- \nu_\mu$

nie ma oddziaływań pomiędzy leptonami z różnych pokoleń !!!

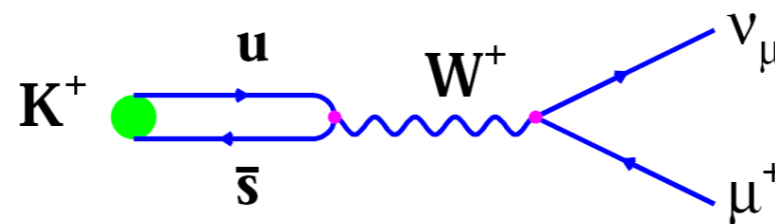
# Słabe rozpady kwarków

- Podobnie mogłoby być dla kwarków:



gdyby nie obserwacja procesu:  $K^+(u \bar{s}) \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

w którym widać wierzchołek  $W^+ \rightarrow u \bar{s}$  ze **ZMIANĄ POKOLENIA!**

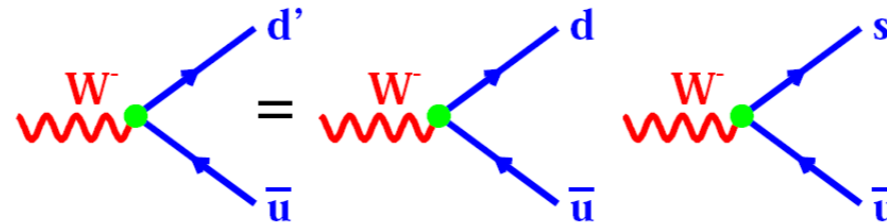


- Oznacza to, że słabe rozpady kwarków wyglądają trochę inaczej, bo mogą zachodzić ze zmianą pokolenia

# Mieszanie kwarków

- Stany, które biorą udział w słabych oddziaływaniach są ortogonalnymi kombinacjami stanów o określonym zapachu, czyli:

oddz. słabe „widzą” zamiast kwarka d – jego stan będący kombinacją d i s:



$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

STANY SŁABE

stany masowe (silne, o określonym zapachu, flavorze)

$$\begin{aligned} d' &= d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \\ s' &= s \cos \theta_c - d \sin \theta_c \end{aligned}$$

kąt mieszania (kąt Cabbibo)

$$\theta_c = 13^\circ$$

# Mieszanie kwarków

STANY SŁABE

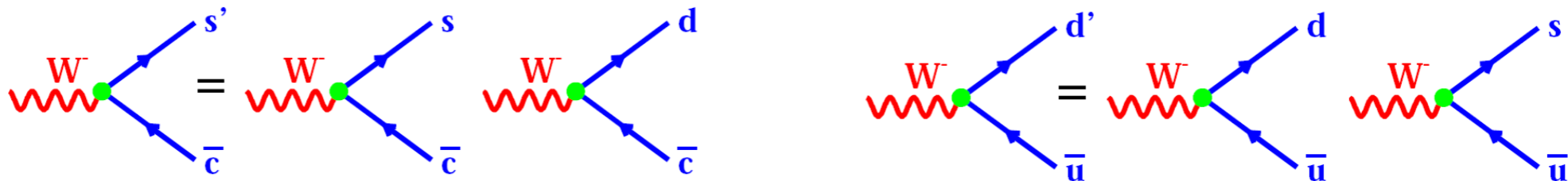
stany masowe (silne, o określonym zapachu, flavorze): d,s

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

- ✓ Stany słabe (**weak eigenstates**) – występują w  $\mathcal{L}_{ew}$  w procesach z prądami naładowanymi (stany lewoskrętne).
- ✓ Stany masowe (**mass eigenstates**) – fizyczne obserwowane cząstki, o określonej masie.
- ✓ Dla kwarków stany masowe oznaczają stany flavourowe.
- ✓ Stany słabe są kombinacją stanów masowych:

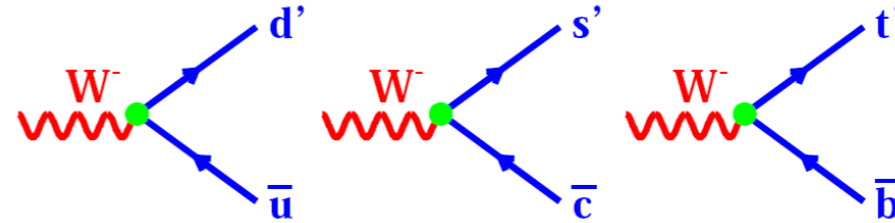
$$\begin{aligned} d' &= d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \\ s' &= s \cos \theta_c - d \sin \theta_c \end{aligned}$$

- W oddziaływaniach słabych częściej występują człony z  $\cos \theta_c$ ,
- człony proporcjonalne do  $\sin \theta_c$  są tłumione.



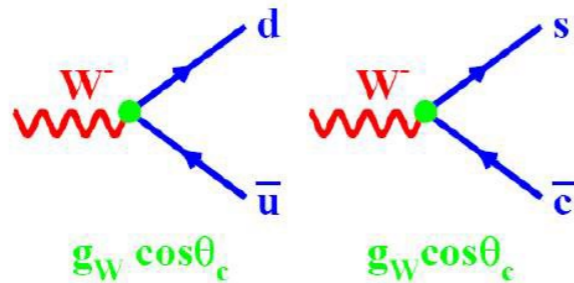
# Mieszanie w trzech rodzinach kwarków

- Uogólnienie na trzy rodziny kwarków:

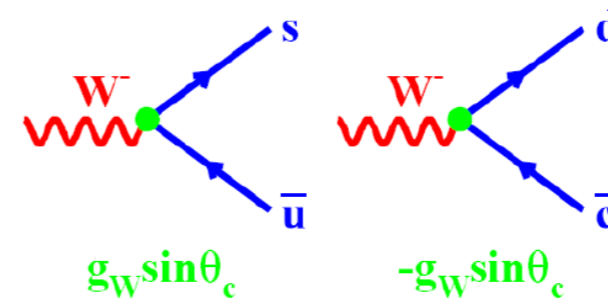


$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

- ✓ najbardziej częste są przejścia na diagonalach,
- ✓ przejścia ze zmianą dwóch pokoleń są **silnie TŁUMIONE**



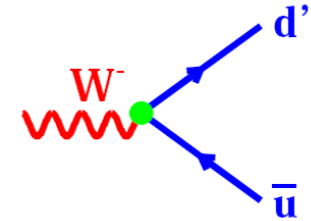
$$|M|^2 \propto \cos^2 \theta_C$$



$$|M|^2 \propto \sin^2 \theta_C$$

# Mieszanie w trzech rodzinach kwarków

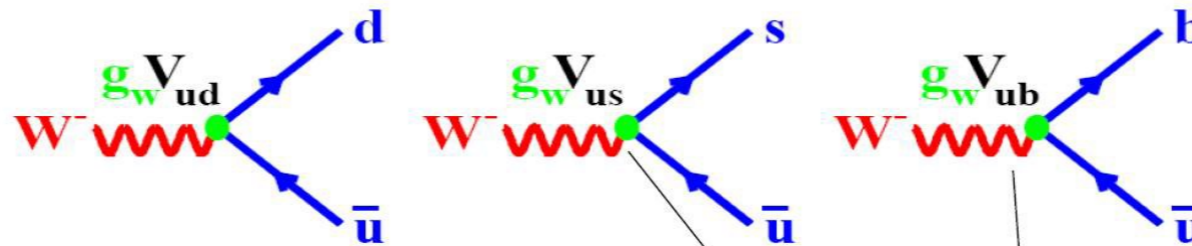
- Kwark  $d$  dla oddziaływań słabych „widziany jest” jako  $d'$ , czyli mieszanina  $d$ ,  $s$ , i  $b$ :



$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

STANY SŁABE

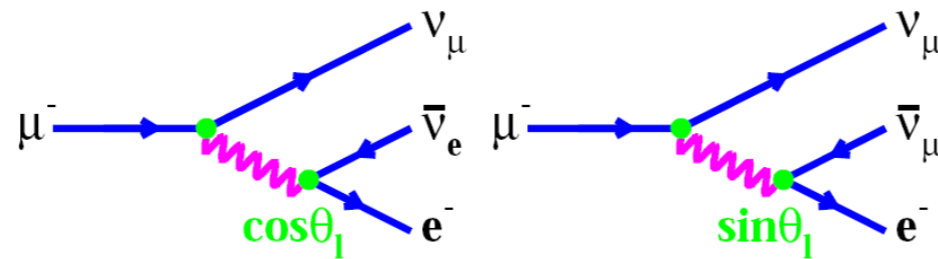
stany masowe (silne, o określonym zapachu, flavorze):  $d, s, b$



$$V_{ckm} \approx \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c & 0.01 \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c & 0.05 \\ 0.01 & -0.05 & 1 \end{pmatrix}$$

# Mieszanie w trzech rodzinach leptonów?

- Jak by wyglądało mieszanie pomiędzy generacjami leptonów?



- Problem doświadczalny – jak określić rodzaj neutrina?
- Kwarki mają różne masy i można rozróżnić stany końcowe.

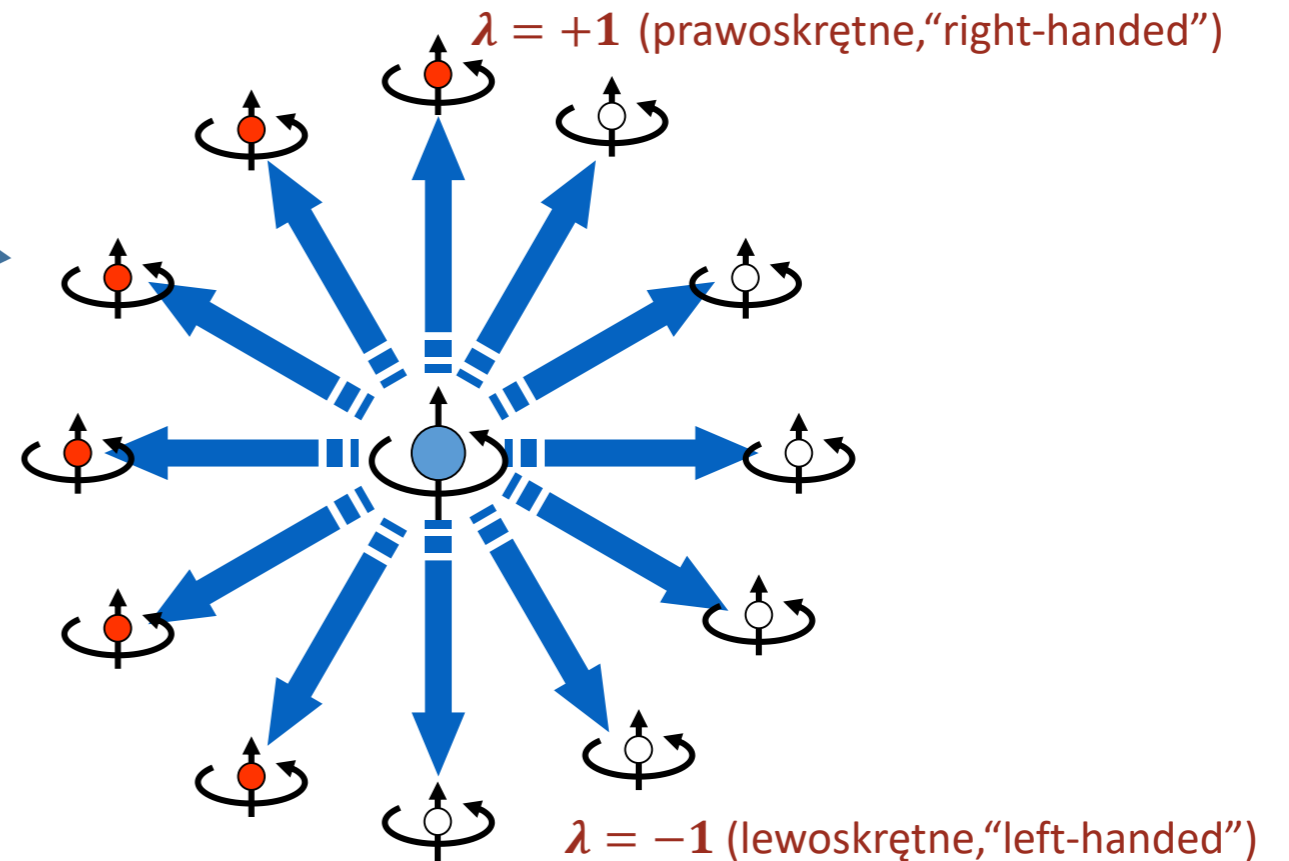
MS – podejźmy teraz formalnie do oddziaływań słabych, najpierw wróćmy do lewoskrętnych dubletów  $SU(2)$ , na które czułe są oddz. słabe

# Skrętność

Skrętność to rzut spinu na kierunek pędu:

$$\lambda = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s} \cdot \vec{p}|}$$

- ✓ W oddz. słabych parzystość P jest maksymalnie łamana (p. WdEFWE).
- ✓ Prawoskrętne neutrino nie są obserwowane.
- ✓ Lewoskrętne antyneutrino nie są obserwowane.
- ✓ A inne prawoskrętne leptony też nie zachowują się „normalnie”.



# Charge and Parity Symmetry in pion decay

$$c|\psi(p, \lambda)\rangle = c_\psi|\bar{\psi}(p, \lambda)\rangle,$$

↑  
helicity

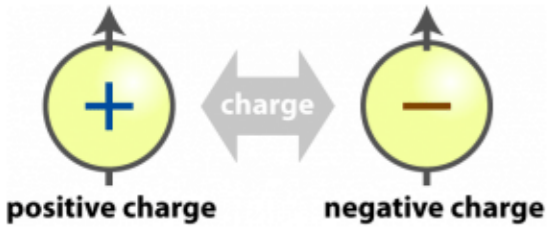
$$\lambda = \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{|\vec{p}||\vec{s}|}$$

$$\mathcal{P}|\psi(p, \lambda)\rangle = p_\psi|\psi(\tilde{p}, -\lambda)\rangle, \tilde{p} = (E, -\vec{p})$$

## Parity transformation (parity inversion)

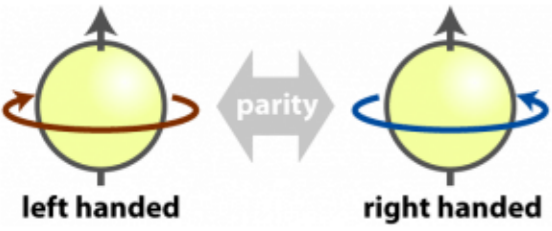
- the flip in the sign of coordinates.

$$\mathbf{P} : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$



$$e^- \rightarrow e^+$$

$$\gamma \rightarrow \gamma$$



$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$$

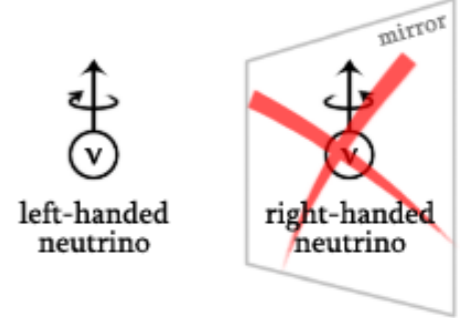
$$\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$$

$$\vec{L} \rightarrow \vec{L}$$



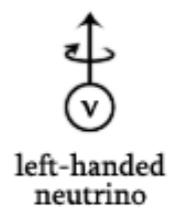
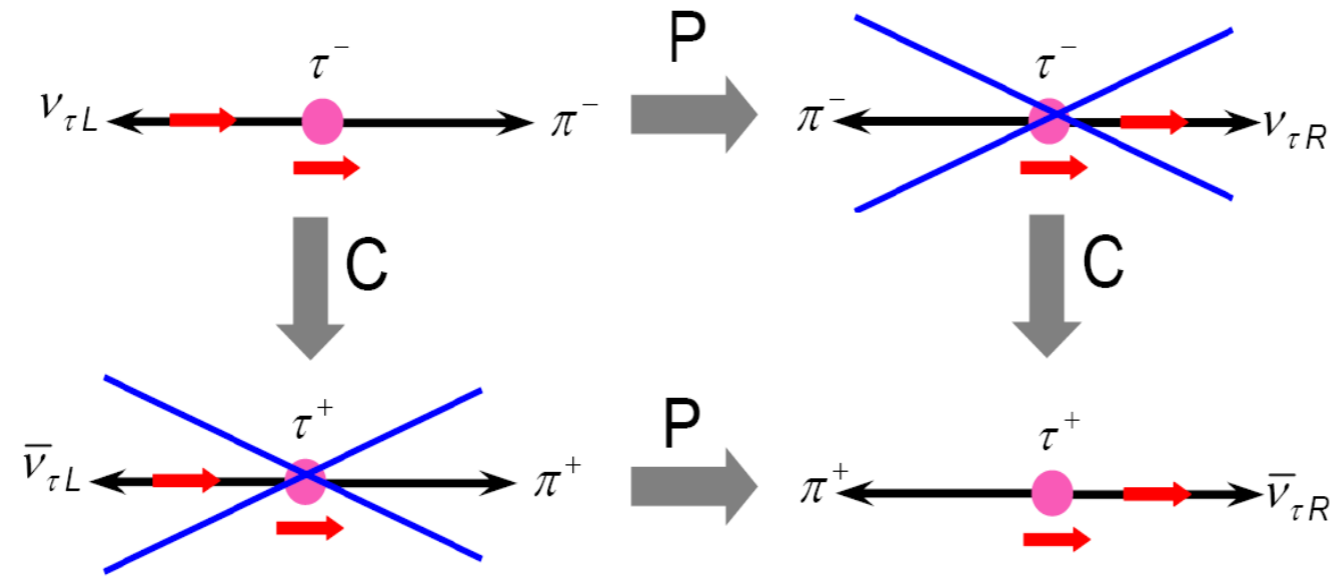
We have:  $\hat{P}^2\psi(\vec{r}) = e^{i\phi}\psi(\vec{r})$   
 since the phase is unobservable -  $\hat{P}^2$  reverses the parity twice.  
 This might be an internal symmetry of a system.

P symmetry is violated in case of neutrino:  
 only left-handed neutrino exists!



$$P|\nu_L\rangle \rightarrow |\cancel{\nu_R}\rangle$$

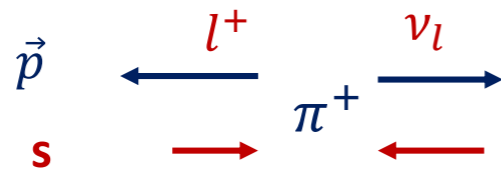
# Charge and Parity Symmetry in pion decay



The weak interaction violates C and P maximally.  
But CP was thought to be a good symmetry, until 1964.

# Rozpad pionu – problem z wyjaśnieniem obserwacji

- ✓ W oddz. słabych parzystość P jest maksymalnie łamana.
- ✓ Prawoskrętne neutrino nie są obserwowane.
- ✓ Lewoskrętne antyneutrino nie są obserwowane.
- ✓ A inne prawoskrętne leptony też nie zachowują się „normalnie” – jedynie lewoskrętne rozwiązania RD (bispinory) opisują leptony (dla wysokich energii).



## $\pi^+$ DECAY MODES

$\mu^+ \nu_\mu$   
 $\mu^+ \nu_\mu \gamma$   
 $e^+ \nu_e$

Fraction ( $\Gamma_i/\Gamma$ )

Confidence level

[b] (99.98770 ± 0.00004) %

[c] ( 2.00 ± 0.25 ) × 10<sup>-4</sup>

[b] ( 1.230 ± 0.004 ) × 10<sup>-4</sup>

Obserwacja:

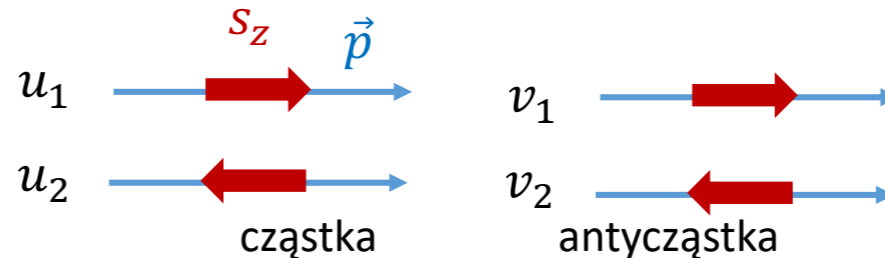
Rozpad na mion jest absolutnie dominujący (nieintuicyjne, bo lekki elektron powinien się często produkować).

- pęd leptonu i neutrino musi być w przeciwnych kierunkach,
- spin – również (aby spełnić zasadę zachowania momentu pędu,
- Neutrino  $\nu_l$  jest lewoskrętne (zakładając zerową masę), co oznacza, że lepton  $l^+$  musi być również lewoskrętny,

# Skrętność w równaniu Diraca

- Dwa różne rozwiązania RD fermionów i antyfermionów odpowiadają dwóm możliwym stanom spinowym.

Jeśli wybierzemy oś "z" wzdłuż pędu  $\vec{p}$ :



możemy zdefiniować operator skrętności:

$$\hat{h} = \frac{\hat{\Sigma} \cdot \hat{p}}{2p} = \frac{1}{2p} \begin{pmatrix} \sigma \cdot \hat{p} & 0 \\ 0 & \sigma \cdot \hat{p} \end{pmatrix}$$

jako rzut spinu wzdłuż kierunku lotu cząstki.

jeśli  $h = +1$  cząstka jest prawoskrętna

jeśli  $h = -1$  cząstka jest lewoskrętna

możemy wyrazić spinory Diraca jako spinory o heliczności prawo- i lewoskrętnej.

Ale z eksperymentu:

- fermiony bezmasowe są czysto lewoskrętne (tylko  $u_2$ );
- bezmasowe antyfermiony są czysto prawoskrętne (tylko  $v_1$ ).

wydarza się, że  
potrzebujemy nowej  
reprezentacji spinorów  
Diraca

Ponadto skrętność nie jest niezmienniczą Lorentza

# Chiralność

- Przydatne jest posiadanie operatorów niezmienniczych Lorentza.
- Operator **chiralności**:  $\gamma^5 \equiv i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$  (Lorentz invariant).
- Dla cząstek bezmasowych, lub w granicy  $E \gg m$ , Chiralność jest identyczna ze skrętnością.
- Stany własne operatora chiralności to:

$$\gamma^5 u_R = +u_R$$

$$\gamma^5 u_L = -u_L$$

$$\gamma^5 v_R = -v_R$$

$$\gamma^5 v_L = +v_L$$

} prawo- i lewoskrętne stany chiralne

$$\begin{aligned} \gamma^5 &\text{ to macierz } 4 \times 4 \\ (\gamma^5)^2 &= 1 \\ \gamma^{5\dagger} &= \gamma^5 \\ \{\gamma^5, \gamma^\mu\} &= 0 \end{aligned}$$

- Chiralność definiuje się również za pomocą operatorów rzutowania:

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$$

$$P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$$

$$P_L P_R = P_R P_L = 0$$

$$\psi_L = P_L \psi$$

$$\psi_R = P_R \psi$$

$$P_L + P_R =$$

- A policzyć można, iż:

$$P_L u_R = 0$$

$$P_L u_L = u_L$$

$$P_L v_R = v_R$$

$$P_L v_L = 0$$

- Operator  $P_L$  pozostawia część lewoskrętną cząstki
- Operator  $P_R$  pozostawia część prawoskrętną antycząstek

# Chiralność

- Dzięki operatorom rzutowania chiralnego udaje się „pozbyć” z rozw. RD nieobserwowanych fizycznie stanów.
- Chiralność odgrywa ważną rolę w równaniach MS dla oddz. słabych.
  - ✓ Tylko niektóre kombinacje chiralnych stanów własnych przyczyniają się do interakcji...
  - ✓ Każdy spinor można zapisać jako kombinację stanów lewo- i prawo chiralnych.

- Wprowadzona zostaje tzw. reprezentacja Weyla- inna reprezentacja macierzy niż Pauliego-Diraca:

- W reprezentacji Weyla spinory są reprezentowane w bazie:  $\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \tilde{\eta} \end{pmatrix}$ , a spinor zapisujemy jako:  $\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$

- ✓ a wtedy:  $\psi_L = \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\eta} \end{pmatrix}$  => znika połowa spinora!

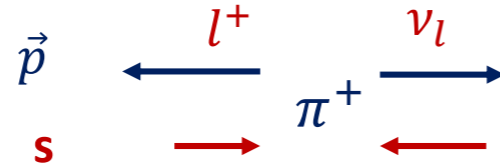
- W reprezentacji Weyla RD:  $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$ ,  $(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi = \begin{pmatrix} -m & i(\partial_0 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}) \\ i(\partial_0 - \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}) & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = 0$

- A dla  $m = 0$ , zapisujemy jako dwa niezależne równania:

$$\begin{cases} i(\partial_0 - \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla})\psi_L = 0 \\ i(\partial_0 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla})\psi_R = 0 \end{cases}$$

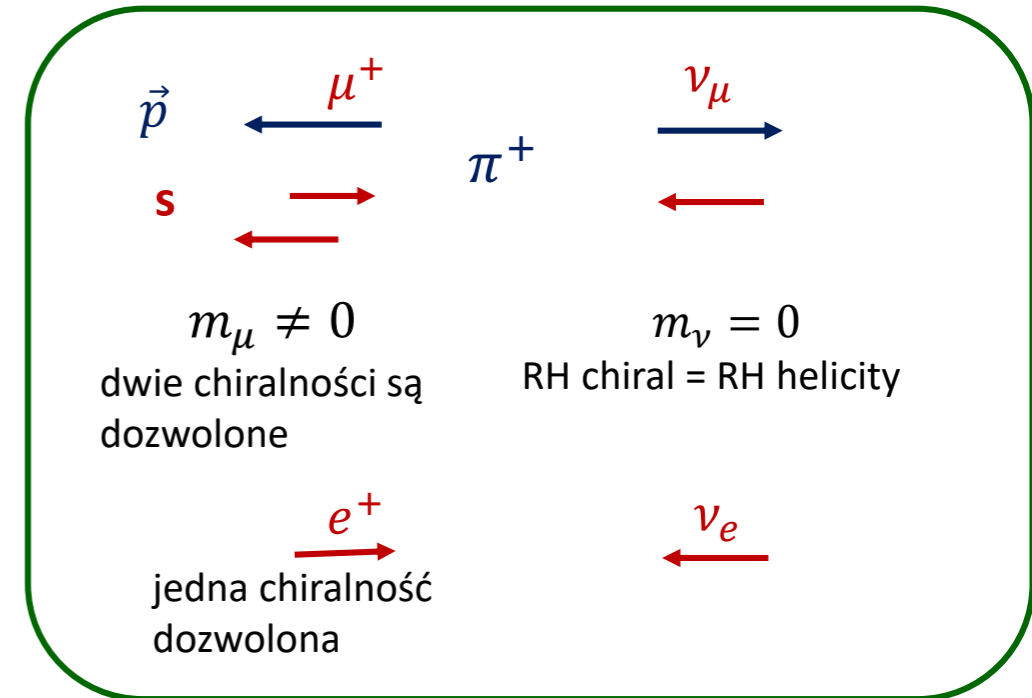
- Mamy zatem równania, które najlepiej pasują do obserwacji – oddz. słabe zupełnie inaczej traktują stany  $\psi_L$  i  $\psi_R$

# Rozpad pionu - wyjaśnienie



- pęd leptonu i neutrino musi być w przeciwnych kierunkach,
- spin – również (aby spełnić zasadę zachowania momentu pędu,
- Neutrino  $\nu_l$  jest lewoskrętne (zakładając zerową masę), co oznacza, że antylepton  $l^+$  musi być również lewoskrętny,
- Antylepton może być prawoskrętny, jeżeli nie jest bezmasowy.
- Mion jest nierelatywistyczny i może być zarówno lewo- jak i prawoskrętny
- Pozyton jest relatywistyczny, dozwolony jest tylko stan chiralny  $\nu_R$

Tłumienie przez skrętność (helicity suppressed)



$$\Gamma(\pi \rightarrow l\nu) \propto m_l^2$$

$$\frac{\Gamma(\pi \rightarrow e\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu)} \approx \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \sim 10^{-5}$$

## Skrętności i inne -ści

- Rozwiązania Diraca  $\equiv$  stany fermionowe i antyfermionowe:  $\{u_1, u_2, v_1, v_2\}$
- Skrętność  $\equiv$  stany z projekcją spinu na kierunek pędu:  $\{u_\uparrow, u_\downarrow, v_\uparrow, v_\downarrow\}$  lub  $\{u_R, u_L, v_R, v_L\}$
- Stany chiralne  $\equiv$  stany własne macierzy  $\gamma^5$ :  $\{u_R, u_L, v_R, v_L\}$

Ideą tych zabiegów jest znalezienie takich równań, aby własności oddziaływania słabego były widoczne w najprostszym sposobie, z uwzględnieniem symetrii.

Oddz. słabe inaczej traktują stany lewe i prawe, i to powinno być widoczne w lagranżjanie i w innych równaniach, np. amplitudach i przekroju czynnym.

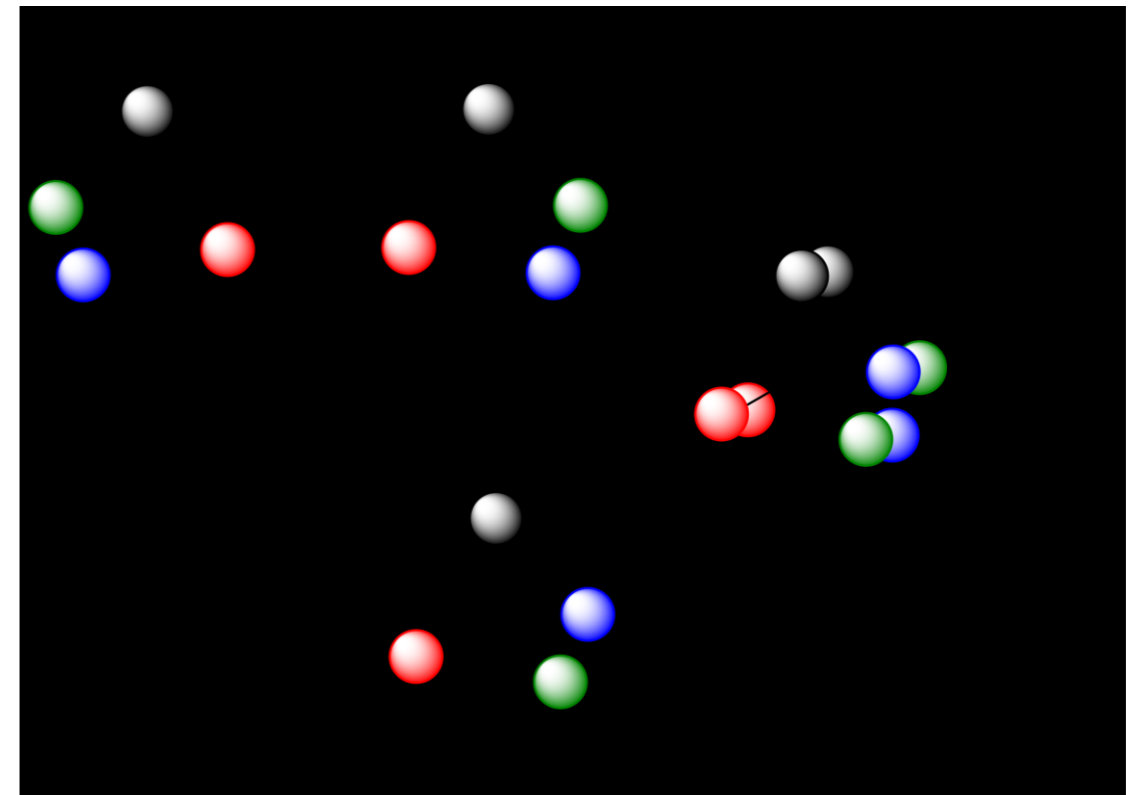
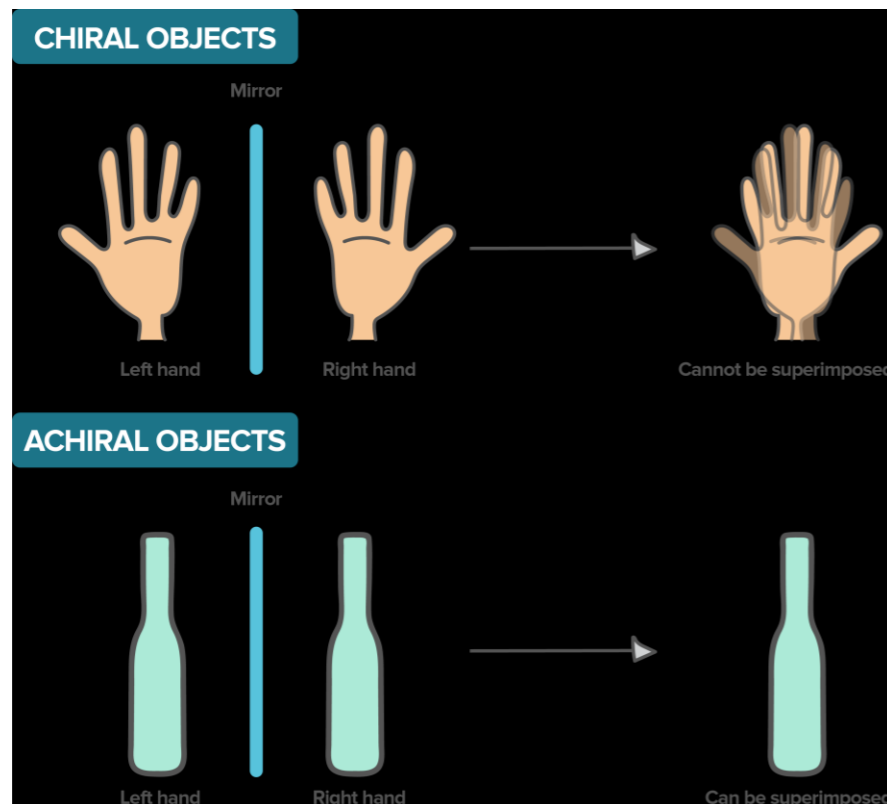
Reprezentacja Weyla pasuje do opisu bezmasowych fermionów.

## What is chirality?

*Chirality* is derived from the Greek word χείρ (kheir) that stands for "hand". An object is said to be chiral if the object and its mirror image are non-superimposable, just like our right and left hand. Now you must be wondering what we mean by 'non-superimposable'. When the mirror image of the object is placed over the original object and they do not overlap, as shown in the figure below, then the object and its image are said to be non-superimposable.

Molecular chirality was discovered by Louis Pasteur back in 1848, when he successfully separated the two isomers of sodium ammonium tartarate. He observed that the two isomeric crystals were non-superimposable mirror images of each other, they had the same physical properties, but differed in their ability to rotate plane polarized light. This property was termed as optical activity.

<https://www.khanacademy.org/test-prep/mcat/chemical-processes/stereochemistry/a/chiral-drugs>



# Symetria globalna i lokalna - przypomnienie

Rozważmy fermion  $\psi$ :

- Globalna symetria fazowa:  $\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi$
- Lagrangian:  $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi$
- Symetria lokalna  $\alpha \rightarrow \alpha(x)$  wymusza wprowadzenie nowego pola

## Cechowanie w U(1):

Aby zachować niezmienniczość fermionu  $\psi$  względem  $\alpha(x)$ :

- ✓ Wprowadzamy pole  $A_\mu$
- ✓ Definiujemy pochodną kowariantną:
- ✓  $\mathcal{D}_\mu\psi \rightarrow \partial_\mu + iqA_\mu\psi$
- ✓ Nowy lagranżjan:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

## Cechowanie w SU(2)<sub>L</sub>:

Dla dubletu leptonowego:  $L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$

- ✓ Lokalna transformacja cechowania:
- ✓  $\mathcal{L}(x) \rightarrow e^{\frac{1}{2}i\alpha^a(x)\sigma^a}\mathcal{L}(x)$
- ✓ Wprowadzamy pole  $W_\mu^a$
- ✓ Definiujemy pochodną kowariantną:

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - \frac{1}{2}ig\sigma^a W_\mu^a$$

$\sigma^a$  - macierze Pauliego

## Cechowanie w $SU(2)_L \times U(1)_Y$ - plan

- Elementami grupy  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  są leptony i kwarki, ale uwaga – oddz. EW inaczej traktują stany lewo- i prawoskrętne:

spinory

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$$

lewoskrętne dublety  $Y = -1$

$$e_R, u_R, d_R$$

prawoskrętne singlety

policzmy!

$$Q = T_3 - \frac{Y}{2}$$

$Y$ -hipertładunek (ładunek „słaby”)

- Lagranżjan dla dubletu leptonów lewoskrętnych i singletu prawoskrętnego:

$$\mathcal{L}_f = \bar{\chi}_L i \gamma^\mu \partial_\mu \chi_L + \bar{e}_R i \gamma^\mu \partial_\mu e_R$$

- Lagranżjan ma być niezmienniczy względem lokalnej transformacji cechowania grupy

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ , czyli :

# Cechowanie w $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- Cechujemy wszystkie trzy pola:

$$SU(2)_L \quad \chi_L \rightarrow \chi'_L = e^{-i\frac{g}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{\theta}} \chi_L$$

$$U(1)_Y \quad \chi_L \rightarrow \chi'_L = e^{-i\frac{g'}{2}Y_{\chi_L}\phi} \chi_L \quad e_R \rightarrow e'_R = e^{-i\frac{g'}{2}Y_{e_R}\phi} e_R$$

- Wprowadzamy pochodne kowariantne:

$$SU(2)_L \quad \mathcal{D}_\mu \chi_L = \partial_\mu \chi_L + i\frac{g}{2}\vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu \chi_L + i\frac{g'}{2}Y_{\chi_L} B_{\mu\chi_L}$$

$$U(1)_Y \quad \mathcal{D}_\mu e_R = \partial_\mu e_R + i\frac{g'}{2}Y_{e_R} B_{\mu e_R}$$

$\vec{W}_\mu, B_\mu$  - bozony cechowania  $SU(2)_L$  i  $U(1)_Y$

- Czynnik kinetyczny pola, wyrażony przez komutator  $F_{\mu\nu} = -\frac{i}{g}[\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu]$ :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\epsilon^{abcd} W_\mu^b W_\nu^c$$

p. algebra Liego dla grup nieabelowych ( $SU(2)$ ,  $SU(3)$ )

stała struktury grupy  $SU(2)$

## Lagranżjan dla $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- Lagranżjan dla dubletu leptonów lewoskrętnych i singletu prawoskrętnego:

$$\mathcal{L}_f = \bar{L}i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu L + \bar{e}_R i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu e_R$$

- Lagranżjan dla pól cechowania:

$$\mathcal{L}_g = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

uwaga – to jest grupa nieabelowa (nieprzemienne) – bozony cechowania są naładowane i oddziałują ze sobą

- Cechowanie pól wprowadziło bozony pośredniczące, ale gauge invariance wymusza, żeby były one bezmasowe, co jest sprzeczne z doświadczeniem

cd na następnych wykładach