AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

AGH

UCZELNIA BADAWCZA
INICJATYWA DOSKONAŁOŚCI

Model Standardowy

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

Oddziaływania elektromagnetyczne

Symetria cechowania dla $\mathcal{L}_D$

- Lagranżjanu Diraca dla swobodnego fermionu jest postaci:

$$\mathcal{L}_D = i\,\bar{\Psi}\,\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi - m\bar{\Psi}\,\Psi$$

- Wymagamy lokalnej symetrii cechowania, czyli niezmienniczości względem zmiany fazy:

$$\Psi \rightarrow U\,\Psi = \;e^{iq\lambda(x)}\Psi = \Psi'$$

innymi słowy – niezmienniczość względem lokalnej zmiany fazy jest lokalną symetrią cechowania.

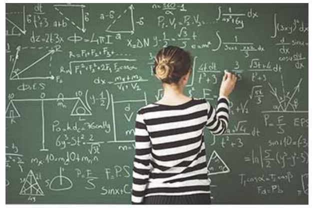
- Pojawia się problem przy różniczkowaniu $\lambda(x)$, pozostaje funkcja łamiąca symetrię:

$$\mathcal{L}'_D = i\,\bar{\Psi}'\gamma_{\mu}\,\partial_{\mu}\Psi' - m\bar{\Psi}'\Psi' = \mathcal{L}_D - q\,\bar{\Psi}\,\gamma^{\mu}\,\partial_{\mu}\,\lambda(x)\,\Psi$$

- Radą jest dodanie nowego pola – pola wektorowego A_{μ}, które przy transformacji cechowania zmieni się tak, aby ten dodatkowy wyraz znikał.
- Takie pole cechowania uzyska się po podstawieniu (zasada minimalnego sprzężenia):

$$\partial_{\mu} \rightarrow \mathcal{D}_{\mu} = \partial_{\mu} + iqA_{\mu}$$

$$\mathcal{L}_D = \cdots$$



$\mathcal{L}_D$ pozostanie niezmienniczy, gdy nowe pola transformuje się jak:

$$A_{\mu} \;\rightarrow A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu}\lambda(x)$$

Elektromagnetyzm i $\mathcal{L}_{elm}$

- Po dodaniu nowego pola (wektorowego) należy dodać czynnik „swobodnego” pola wektorowego, jak

$$\mathcal{L}_{Proca} = -\frac{1}{4}(\partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu})(\partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}) + \frac{1}{2}m^2 A^{\nu}A_{\nu}.$$

- Niezmienniczość wgl lokalnej gauge osiągniemy, gdy $m = 0$, bo $A^{\nu}A_{\nu} \neq inv$. To oznacza, że **pola cechowania MUSZĄ być bezmasowe**, aby lagranżiam był niezmienniczy wzl. lokalnej tranf. cechowania.
- Nowe pole A reprezentuje potencjały elektrodynamiczne (czyli foton).
- Pełny lagranżjan elektrodynamiki kwantowej wygląda zatem tak:

$$\mathcal{L}_{QED} = \underbrace{i\,\overline{\Psi}\,\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi - m\overline{\Psi}\,\Psi}_{\text{swobodny elektron}} \underbrace{- \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}}_{\text{swobodny foton}} \underbrace{- q\overline{\Psi}\,\gamma^{\mu}\,\Psi A_{\mu}}_{\text{oddziaływanie elektron - foton}}$$

Elektromagnetyzm i $\mathcal{L}_{elm}$

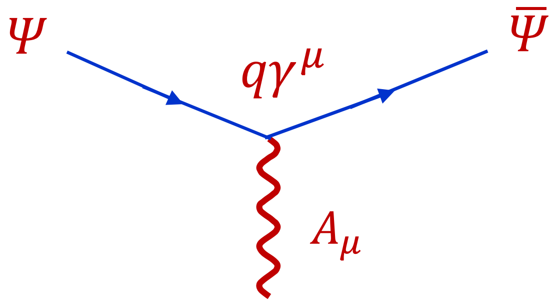
$$\mathcal{L}_{QED} = i\,\bar{\Psi}\,\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi - m\bar{\Psi}\,\Psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - q\bar{\Psi}\,\gamma^{\mu}\,\Psi A_{\mu}$$

- Równania E-L dla członów opisujących pola fotonowe prowadzą do czwerowektora prądu j^{μ} :

$$\left.\begin{aligned} \partial_{\mu}F^{\mu\nu} &= j^{\mu} \\ j^{\mu} &= q\,\bar{\Psi}\,\gamma^{\mu}\,\Psi \end{aligned}\right\}\ \text{równania Maxwella w obecności źródeł}$$

- Człon oddziaływania opisuje elementarny diagram Feynmana - wierzchołek elektron-foton:

$$q\bar{\Psi}\,\gamma^{\mu}\,\Psi A_{\mu} \Longleftrightarrow$$



Podsumowując symetrię gauge dla elektromagnetyzmu

- Zaczęliśmy od lagranżjanu cząstki swobodnej (elektronu).
- Wyniki fizyczne nie mogą zależeć od wyboru cechowania potencjałów.
- Wymaganie cechowania pola wymaga zmiany współrzędnych (pól, funkcji Ψ) – wprowadzenie pochodnej kowariantnej $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$, nowego pola i lagranżian tego pola.
- Mamy zatem transformacje:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \lambda(x)$$
$$\Psi \rightarrow \Psi' = e^{iq\lambda(x)}\Psi$$

- I wprowadzamy bezmasowe pole – foton, który w „naturalny" sposób oddziałuje z elektronem.
- W ten sposób otrzymaliśmy prawa elektromagnetyzmu
- Można jeszcze pokazać niezmienniczość prądu.

Efekt końcowy: opis oddziaływania pomiędzy elektronem a fotonem!

Gęstość prawdopodobieństwa i prąd

1. Równanie Schrodingera.
2. Równanie Kleina-Gordona
3. Równanie Diraca