

# Podstawy fizyki – sezon 2

## **2. Elektrostatyka 2**

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

AGH, WFliS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,  
D11, pok. 111  
amucha@agh.edu.pl  
<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

## Zebranie faktów

- Spoczywające **ładunki** elektryczne wytwarzają **pole** elektrostatyczne.
- Na ładunki elektryczne działa **siła** elektrostatyczna (Coulomba).
- Pole elektrostatyczne opisane jest przez **wektor natężenia** pola i skalarny **potencjał** elektryczny
- Znając potencjał w danym punkcie, można wyznaczyć natężenie z zależności:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

- Znając wektor natężenia w danym punkcie, można wyznaczyć potencjał z zależności:

$$V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Ale jak wyznaczyć natężenie pola?

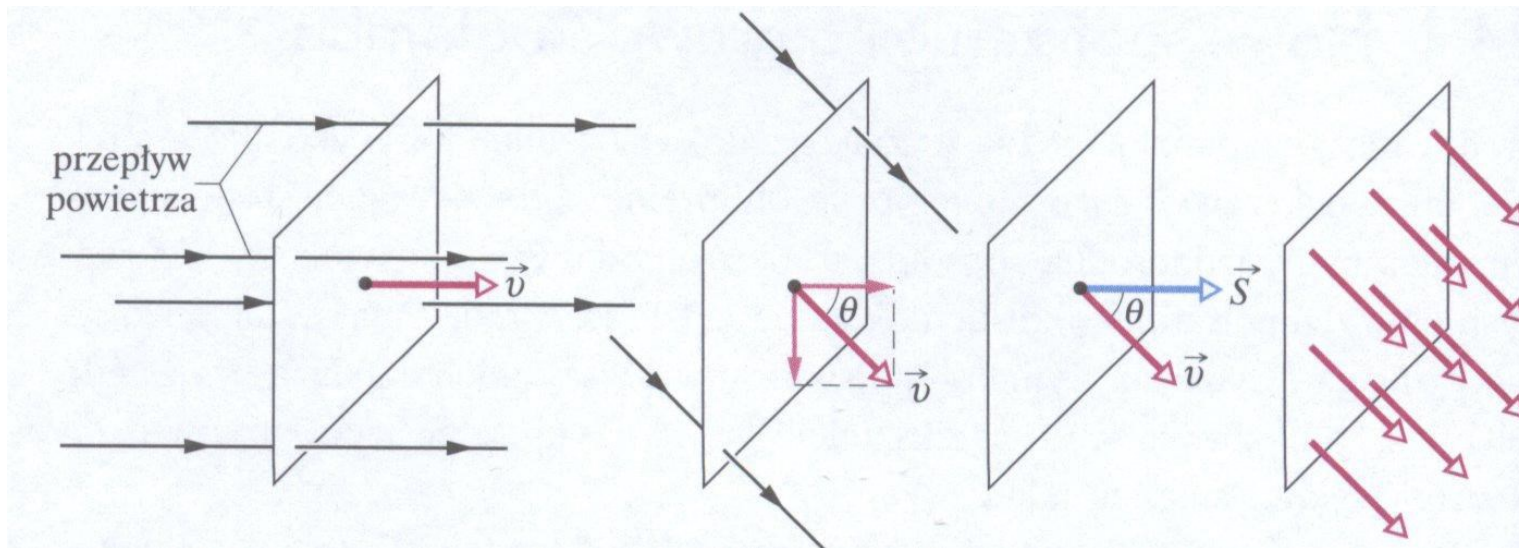
# Strumień wektora

- Ładunek elektryczny wytwarza pole elektrostatyczne
- Pole elektrostatyczne jest polem wektorowym.
- Obliczenie natężenia pola jest czasem dość trudne ;-(
- Poszukiwany – związek natężenia z ładunkiem



## STRUMIEŃ POLA

Jest to szybkość przepływu (pływu, wektora pola) przez powierzchnię

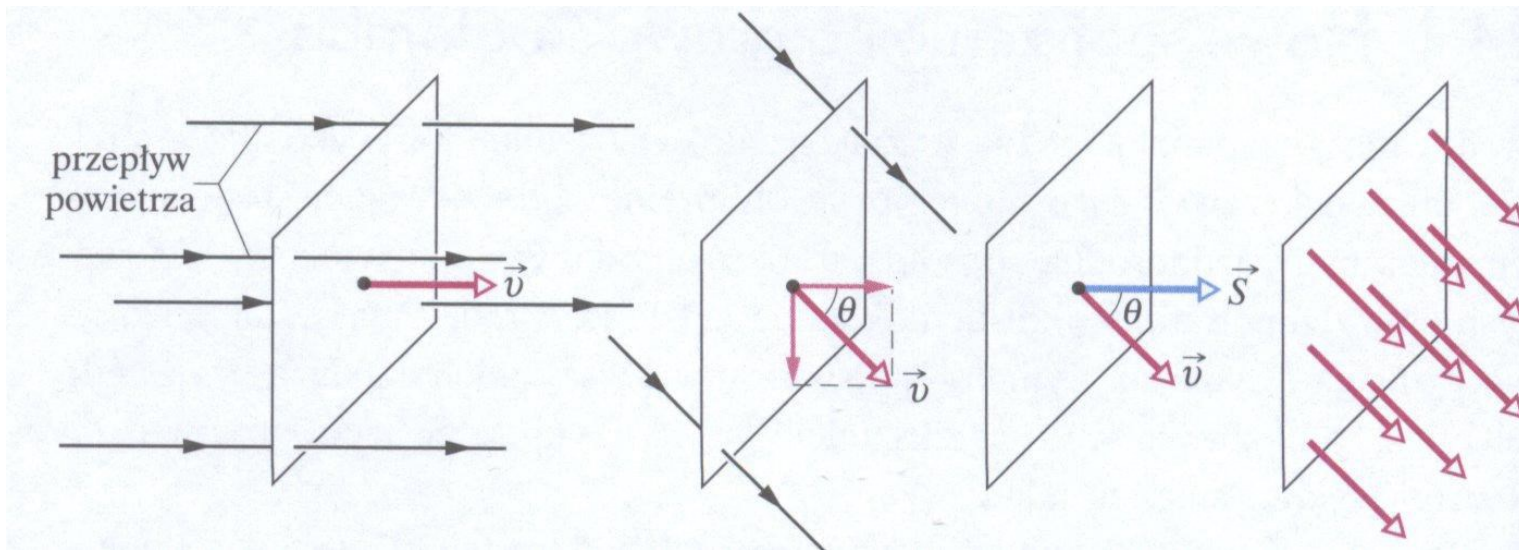


# Strumień wektora

- Ładunek elektryczny wytwarza pole elektrostatyczne
- Pole elektrostatyczne jest polem wektorowym.
- Obliczenie natężenia pola jest czasem dość trudne ;-(
- Poszukiwany – związek natężenia z ładunkiem

## STRUMIEŃ POLA

Jest to szybkość przepływu (pływu, wektora pola) przez powierzchnię

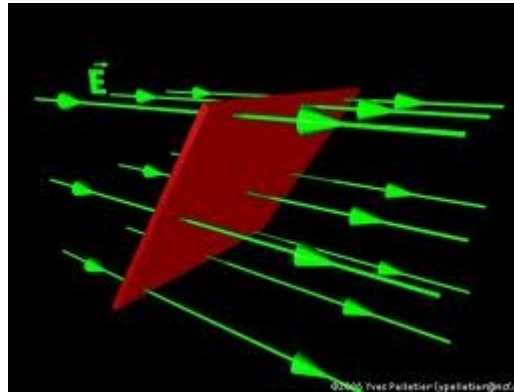


# Prawo Gaussa

- **Strumień pola** elektrycznego jest proporcjonalny do całkowitej liczby linii sił pola przechodzących przez powierzchnię:



$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \vec{\Delta s}$$

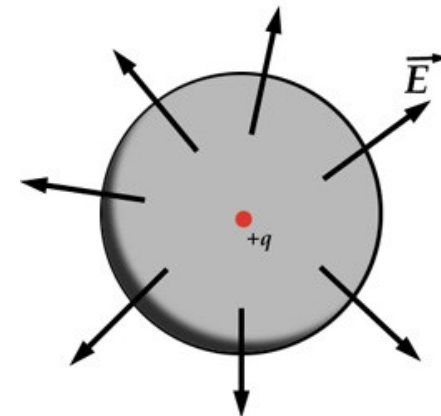


$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Jeśli otoczmy ładunki wytwarzające pole **DOWOLNĄ** powierzchnią **zamkniętą**, to całkowity strumień pola elektrycznego przechodzący przez tę powierzchnię zamkniętą jest równy **ładunkowi** zamkniętemu **wewnątrz** tej powierzchni

**PRAWO GAUSSA**

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$



# Prawo Gaussa a Coulomba

- Prawo Gaussa:

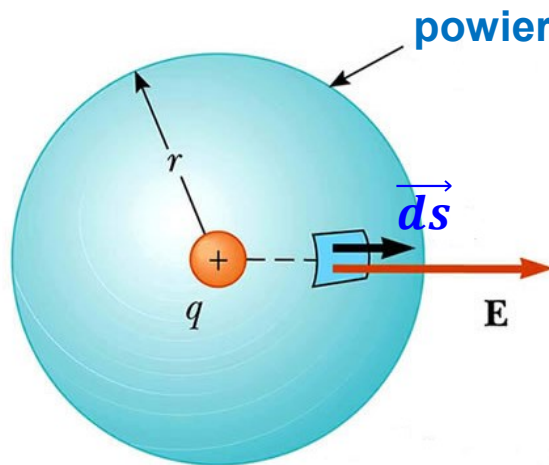
$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

przez dowolną  
powierzchnię  
zamkniętą

strumień pola

całkowity ładunek  
wewnątrz tej powierzchni

- Prawo Gaussa dla pola wytworzonego przez ładunek punktowy:



$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \oint E ds \cos 0 = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

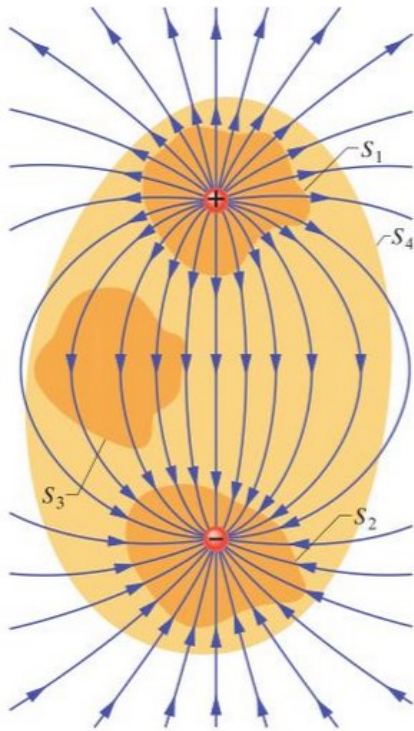
≡ prawo Coulomba

# Prawo Gaussa - idea

- Prawo Gaussa opisuje związek strumieniem pola przechodzącym przez zamkniętą powierzchnię a ładunkiem wewnątrz tej powierzchni.

związek pomiędzy źródłem pola (ładunkiem) a zmianami w tym polu (nieformalnie)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

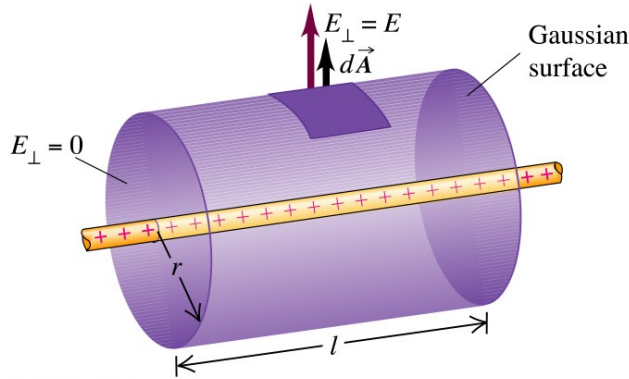


- Powierzchnie  $S_1$  i  $S_2$  otaczają ładunek – linie pola wchodzi i wychodzą, znak ładunku pokazuje, czy pole będzie dodatnie, czy ujemne.
- $S_3$  – nie zawiera ładunku, strumień = 0, bo tyle samo linii wchodzi do powierzchni, co ją opuszcza.
- $S_4$  – suma algebraiczna ładunków = 0, strumień = 0 (jak w  $S_3$ ).

# Prawo Gaussa - przykłady

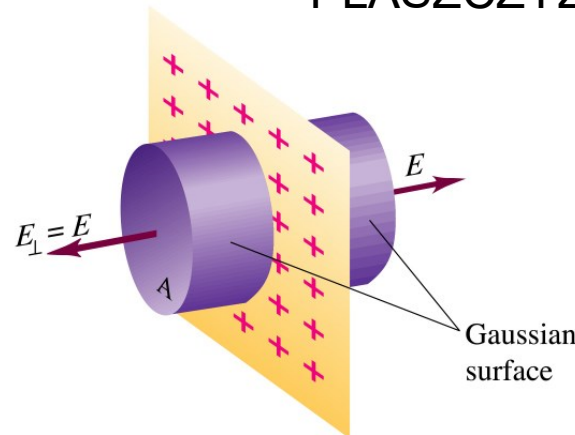
- Najlepsze rezultaty otrzymujemy stosując prawo Gaussa do układów ładunków o pewnej symetrii, np.:

## WALEC. NIĆ

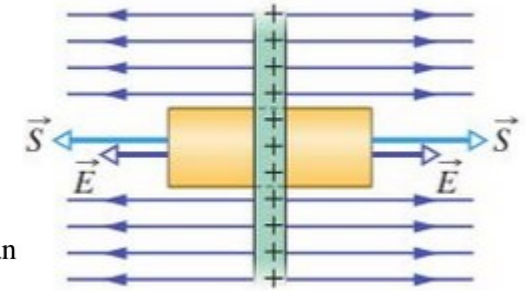


Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

## PŁASZCZYZNA



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



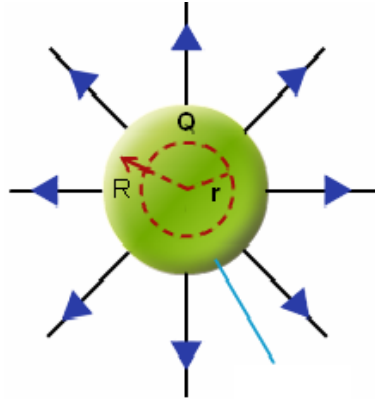
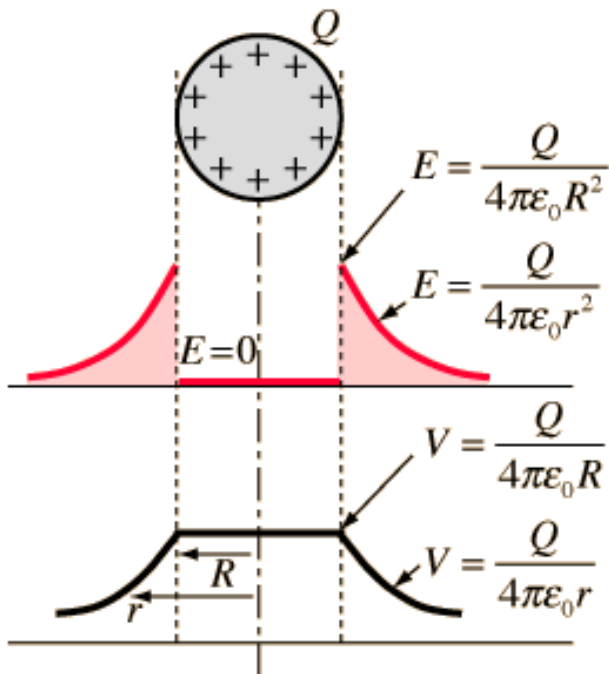
## Procedura wyznaczania natężenia pola:

- Wybieramy zamkniętą powierzchnię Gaussa, tak, aby miała symetrię „łatwą” do całkowania.
- Wyznaczamy kąt pomiędzy wektorem  $\vec{E}$  a  $d\vec{s}$ .
- Liczmy całkowity strumień (całkowanie).
- Oliczamy, ile ładunku znajduje się wewnątrz powierzchni.
- Przyrównujemy i wyznaczamy natężenie pola

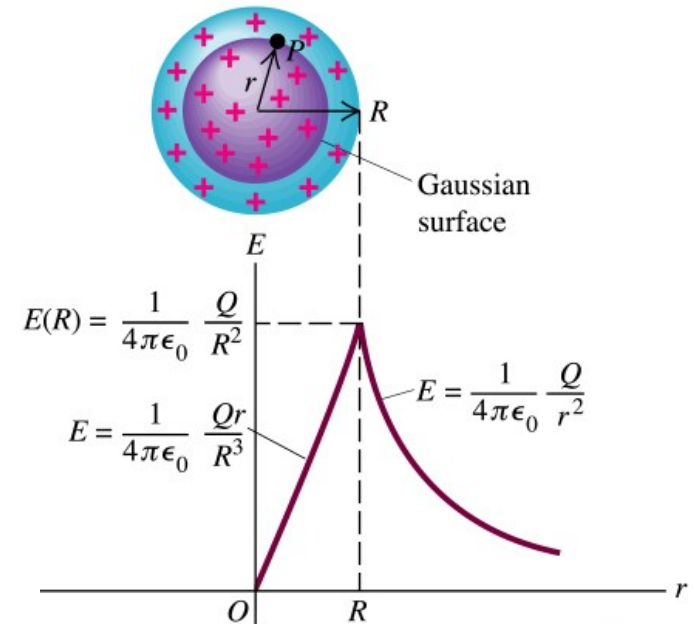


# Pole od ładunków o symetrii sferycznej

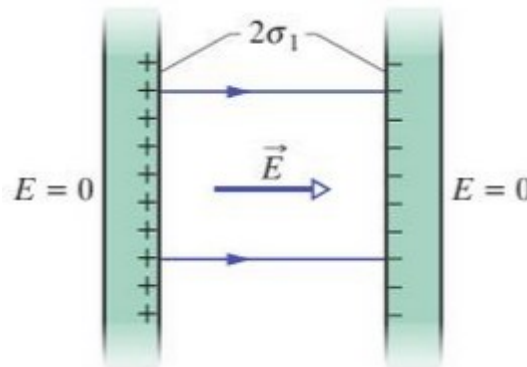
- Jednorodnie naładowana sfera



- Jednorodnie naładowana kula



- Dwie naładowane płaszczyzny



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Ćwiczenia!



# Potencjał pola

- Jeżeli z prawa Gaussa wyznaczyliśmy natężenie, to jego związek z potencjałem jest w postaci:

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$

- Jeśli  $E = 0$ , to ....  $V = \text{const}$  !

# Pole dwóch płaszczyzn

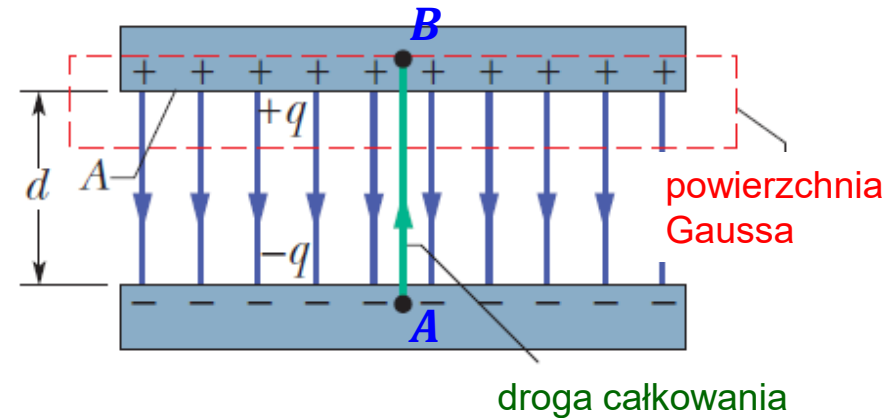
- Pomiedzy dwiema naładowanymi przeciwnego znaku płaszczyznami powstaje **JEDNORODNE** pole elektryczne:

na każdej okładce jest ładunek  $q$ ,  
prawo Gaussa:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

różnica potencjałów pomiędzy okładkami

$$\begin{aligned} V_{BA} &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_-^+ E dr = E \int_-^+ dr = E d \end{aligned}$$



$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E dr$$

różnica potencjałów  $\rightarrow$  napięcie, czyli:

$$U = E d$$

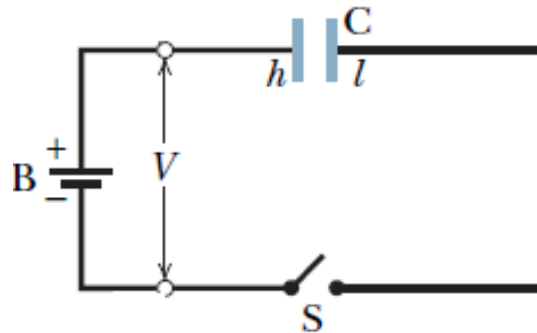
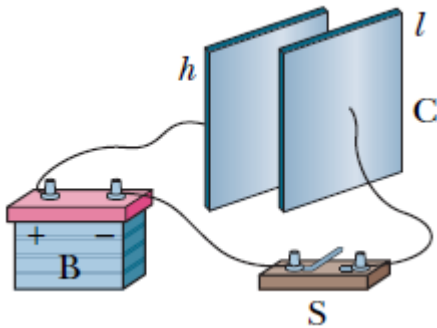
# Kondensator

- W zależności od przyłożonego napięcia, na okładkach gromadzi się proporcjonalna do niego wielkość ładunku:



$$q = C U$$

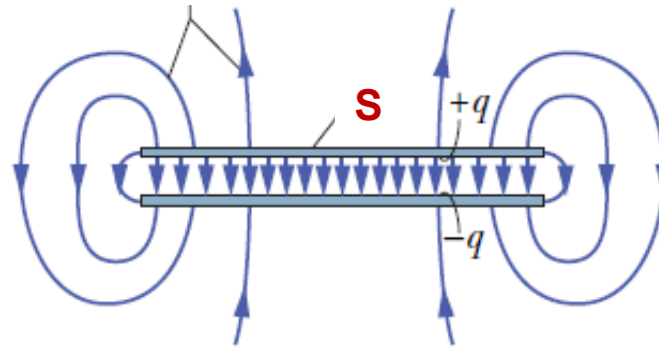
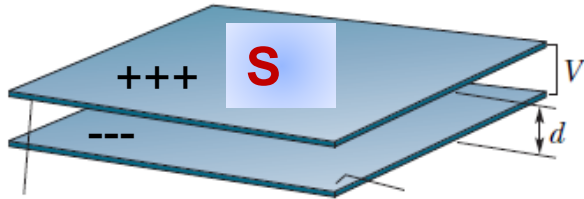
- gdzie  $C$  – pojemność kondensatora  $[C] = 1F \text{ arad} = 1 C/V$
- Kondensator to układ złożony z dwóch, przeciwnie naładowanych powierzchni.
- W kondensatorze gromadzona jest energia elektryczna.
- Kondensator może być ładowany przez baterię:



Ładowanie polega na przeniesieniu elektronów z okładki  $h$  na  $l$ .  
Na okładce  $h$  brakuje elektronów – jest ona naładowana dodatnio.  
Przez kondensator prąd nie płynie!

# Pojemność kondensatora

- Kondensator płaski:



$$\left. \begin{array}{l} U = E d \\ \varepsilon_0 E S = q \\ q = C U \end{array} \right\} C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Pojemność kondensatora zależy od jego **wymiarów** geometrycznych i od **rodzaju ośrodka** pomiędzy okładkami.

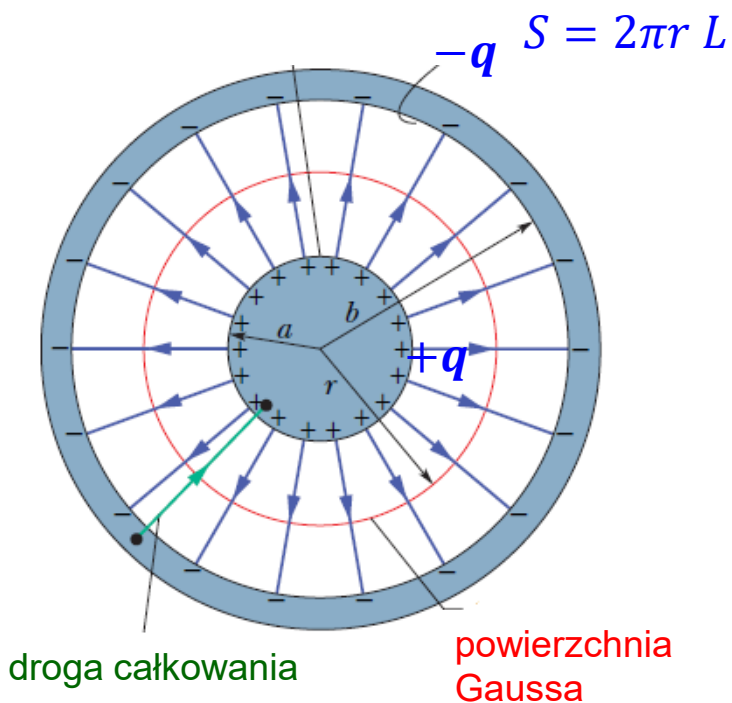
pyt. Jak zmieni się pojemność, gdy zwiększymy napięcie dwa razy?

A jak będziemy zwiększać w nieskończoność?

# Rodzaje kondensatorów

- Do policzenia pojemności kondensatora należy najpierw policzyć natężenie pola wytworzone przez naładowane powierzchnie (prawo Gaussa) i skorzystać z zależności pomiędzy natężeniem pola a napięciem

- kondensator walcowy,



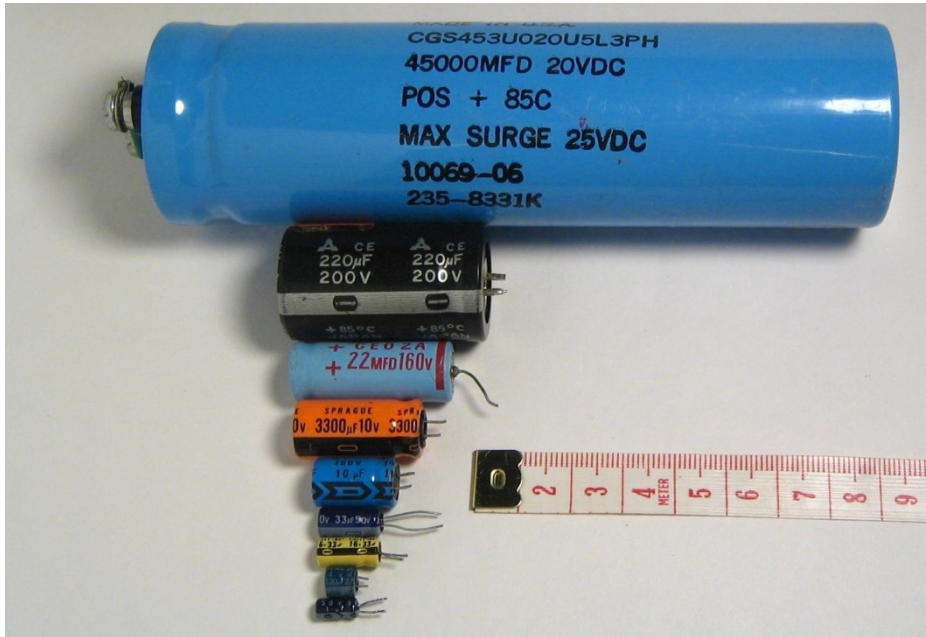
$$\left. \begin{aligned} q &= \epsilon_0 E S \\ q &= \frac{1}{\epsilon_0} E \cdot 2\pi r L \end{aligned} \right\} E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L r}$$

$$\begin{aligned} U &= \int_{-}^{+} E dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L r} dr = \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{a}{b} \end{aligned}$$

$$\int \frac{1}{r} dr = \ln r$$

$$C = \frac{U}{q} = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln \frac{a}{b}}$$

# Kondensatory IRL



przy dobieraniu kondensatorów zwracamy uwagę na nominalne napięcie!



Pojemności są przeważnie rzędu  $\mu F$  ( $10^{-6} F$ ) do  $pF$   $10^{-12} F$

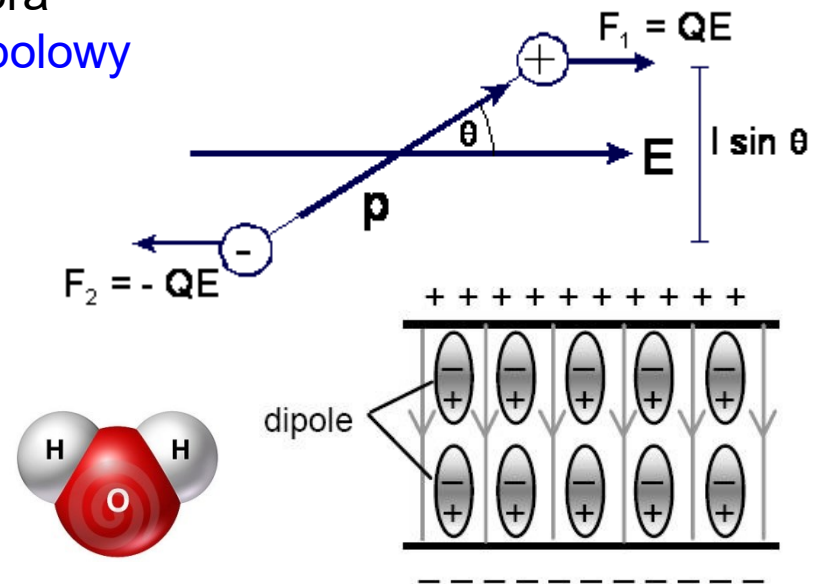
Układy scalone (1958, Nobel 2000)



<https://www.elprocus.com/difference-between-discrete-circuits-integrated-circuits/>

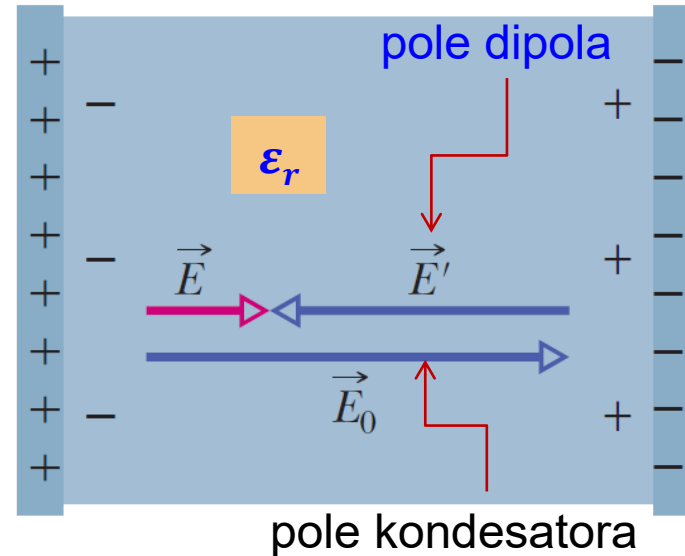
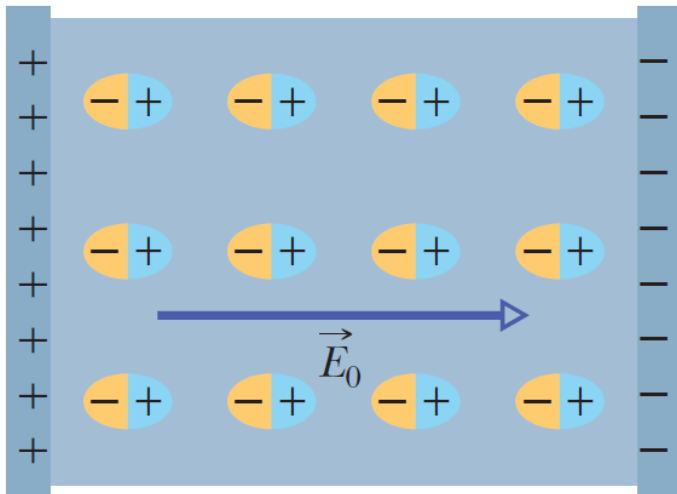
# Dielektryki

- Pojemność kondensatora zwiększa się, gdy zostanie on wypełniony **dielektrykiem**.
- Dielektryki są substancje posiadające **moment dipolowy**.
- Dipol to układ ładunków „+” i „-”, moment dipolowy – wektor pokazujący „orientację” dipola, tzn, skierowany od „-” do „+”, o wartości:  $p = Q L$
- Dipol w polu elektrycznym, np. kondensatora obraca się, aby **ustawić swój moment dipolowy zgodnie z liniami pola zewnętrznego**
- Dielektryki mają trwały moment dipolowy (np. woda – dielektryki polarne) lub indukowany (niepolarne).
- W obu przypadkach dielektryki wytwarzają swoje pole o natężeniu skierowanym **przeciwnie do pola zewnętrznego**





# Kondensator z dielektrykiem

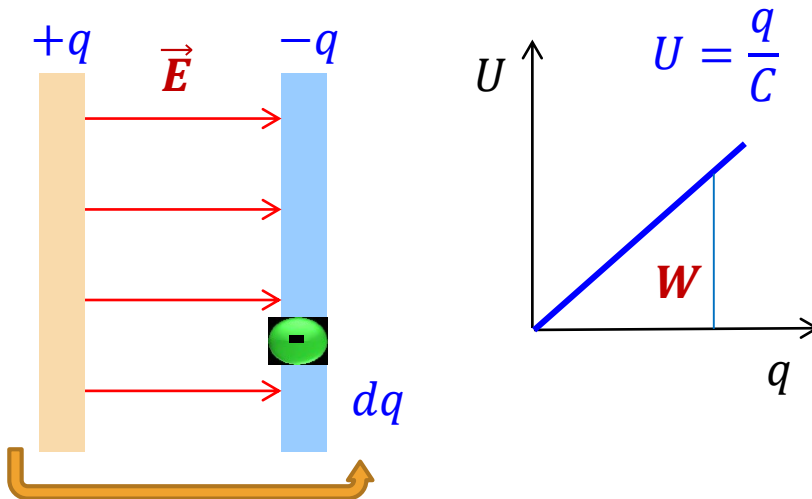


- Dielektryk jest wciągany pomiędzy okładki kondensatora.
- Wypadkowe pole kondesatora z dielektrykiem **zmniejszyło się**.

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

# Energia kondensatora

- Podczas ładowania kondensatora wykonywana jest praca przez siłę zewnętrzną (źródło napięcia)
- Ładowanie polega na przenoszeniu ładunku na okładki kondensatora. Gromadzony ładunek wytwarza pole, które powoduje, że do przeniesienia kolejnej porcji ładunku, potrzebna jest coraz większa praca:



Praca:  $dW = U dq = \frac{q}{C} dq$

- Całkowita praca potrzebna do naładowania kondensatora od  $q = 0$  do  $q = Q$ :

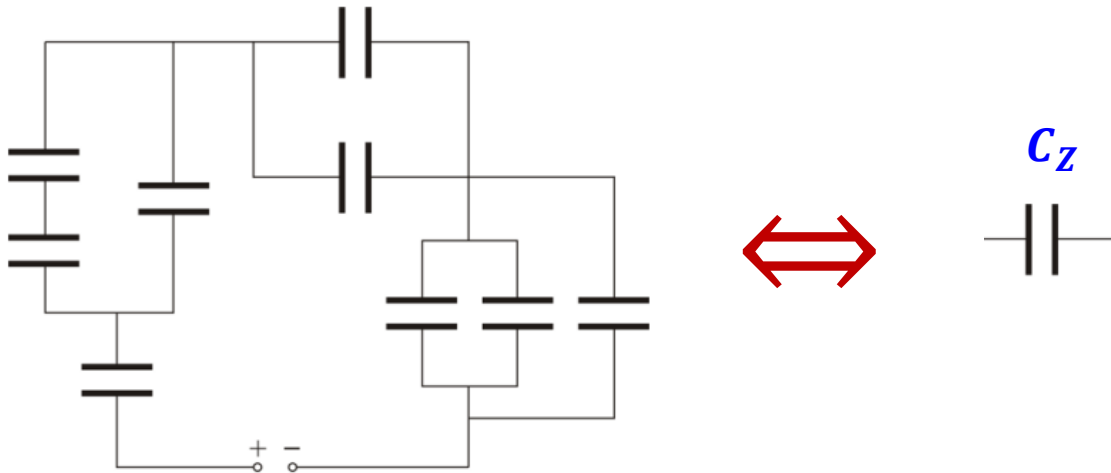
$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

- Zgromadzona energia:

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

## Łączenie kondensatorów

- W układach elektronicznych kondensatory łączone są w układy równoległe lub szeregowo.
- Układy takie można zastąpić kondensatorem równoważnym, czyli takim, który ma takie samo napięcie i zgromadzony ładunek, jak rozważany układ kondensatorów
- W kondensatorze równoważnym obliczamy **pojemność zastępczą**



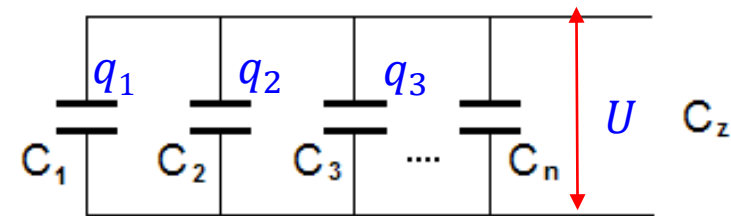
## Połączenie równoległe kondensatorów

- W **połączeniu równoległym** wszystkie okładki kondensatora mają to samo **napięcie** (między okładkami każdego kondensatora jest taka sama różnica potencjałów),

a skoro pojemność jest stała, to na każdym kondensatorze zgromadzony jest inny ładunek,  $q_i = C_i U$

a całkowity zgromadzony ładunek jest sumą:

$$Q = \sum q_i = (C_1 + C_2 + C_3) U$$



pojemność zastępcza

$$C_Z = \frac{Q}{U} = (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$C_Z = \sum C_i$$

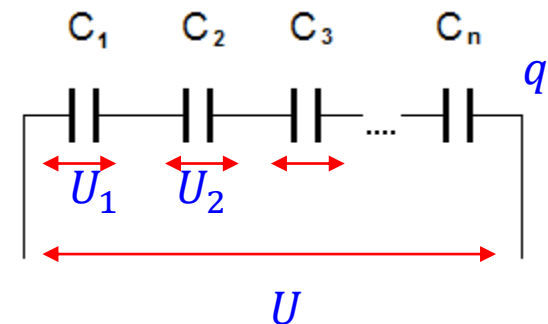
## Połączenia kondensatorów - szeregowo

- W połączeniach szeregowych na każdym kondensatorze gromadzi się taki sam ładunek (por. ładowanie kondensatorów)
  - ponieważ pojemność jest stała – każdy kondensator ma inne napięcie.

$$U_i = \frac{q}{C_i}$$

$$U = \sum U_i = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

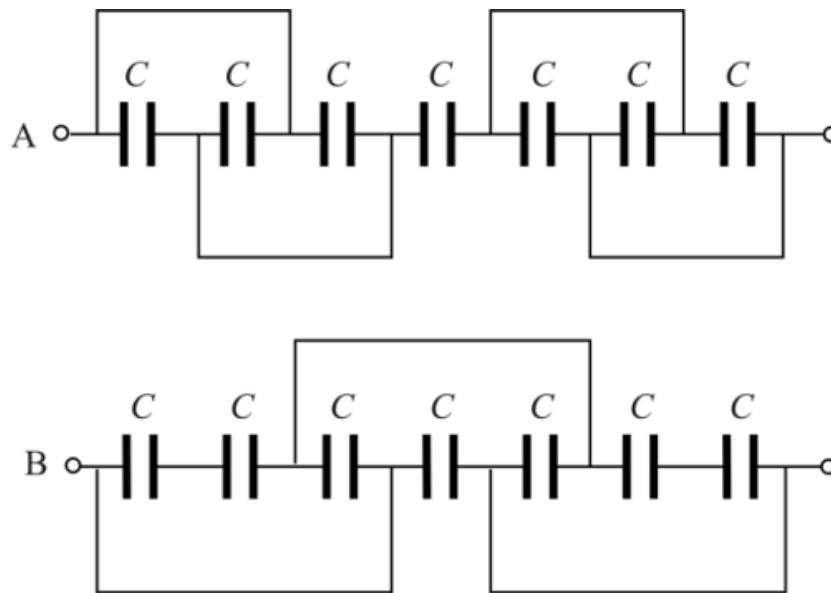
$$C_Z = \frac{q}{U} = \frac{1}{\sum \frac{1}{C_i}}$$



$$\frac{1}{C_Z} = \sum \frac{1}{C_i}$$

## Jakie to połączenie? (\*)

- Czasem trudno zauważyć, jakie jest połączenie...



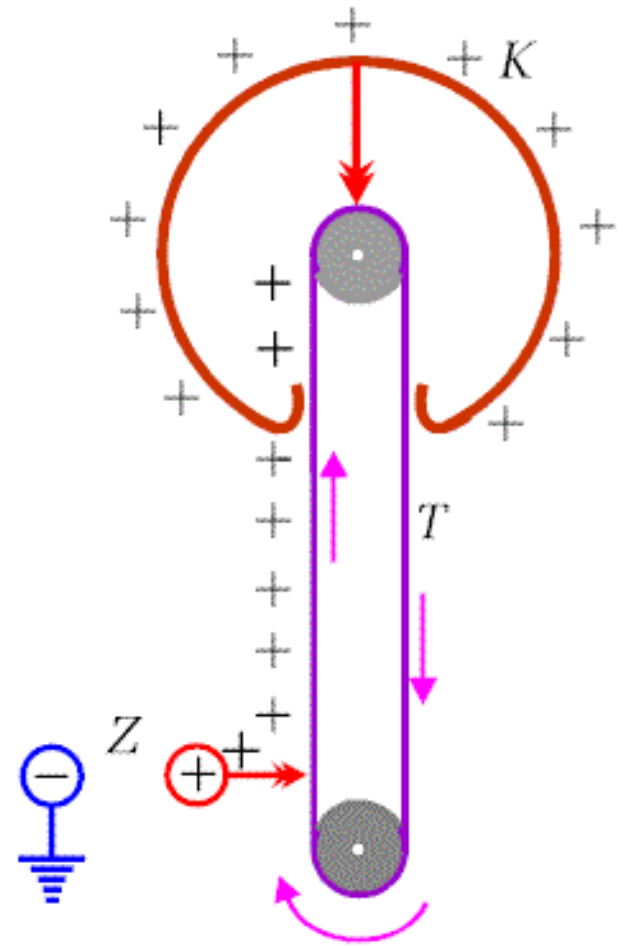
# Po co nam kondensatory?

- Kondensatory są elementami elektrycznymi KAŻDEGO układu elektronicznego (dyskretnego i scalonego);
- kondensatory w tranzystorach użyte są jako bramki logiczne (patrz: elektronika cyfrowa)
- służą jako element gromadzący energię; naładowany kondensator dostarcza dodatkową (ale krótkotrwałą) moc: rozruch samochodu, głośniki, defibrylatory, lampy błyskowe,
- zależność pojemności od rodzaju materiału w kondensatorze umożliwia zastosowanie kondensatorów jako czujników: wilgotności, obciążenia (zależność od wymiarów), poziomu paliwa, etc.
- kondensatory służą do kształtowania sygnału (patrz: układy RC);
- ładowanie i rozładowanie kondensatorów może być użyte do taktowania przebiegów czasowych;
- kondensatory umożliwiają dostrojenie częstotliwości radia do anteny nadawczej (patrz: układy LC)

# Typowe napięcia

- Baterie -1-9 V (DC)
- Akumulator samochodowy 12 V
- Lampy TV –kilowolty  $10^3$  V
- 220 V (AC)
- Linie przesyłowe 1000 kV AC
- 12-50 kV zasilanie tramwajów
- Generator Van der Graffa

Można osiągnąć różnicę potencjałów pomiędzy czaszą a ziemią rzędu **milionów volt** –  $10^6$  V.





# Podsumowanie

---

- Demonstracje:
  - Ładunki, elektryzowanie
  - Kondensatory
- Prawo Gaussa, strumień pola.
  - Przykłady
- Kondensator – pojemność, energia, połączenia
- Dielektryki