

# Podstawy fizyki – sezon 2

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

AGH, WFliS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,  
D11, pok. 106

[amucha@agh.edu.pl](mailto:amucha@agh.edu.pl)

<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

# Cele wykładu (pytania egzaminacyjne)

## Wiedza:

- ▶ Ładunek elektryczny i pole elektrostatyczne.
- ▶ Prawo Coulomba.
- ▶ Parametry opisujące pole elektrostatyczne: natężenie i potencjał.
- ▶ Energia potencjalna pola elektrostatycznego.

## Umiejętności:

- ▶ Wyznaczanie i opis sił działających między ładunkami elektrycznymi.
- ▶ Wyznaczenie natężenia i potencjału pola elektrostatycznego wytworzonego przez ładunek punktowy i układy ładunków punktowych.
- ▶ Obliczanie energii potencjalnej układu ładunków.

# Pierwsze zabawy z ładunkami

- Starożytni Grecy zauważali:
  - potarty bursztyn (grec. elektron) przyciąga kawałki słomy

## ELEKTRYCZNOŚĆ

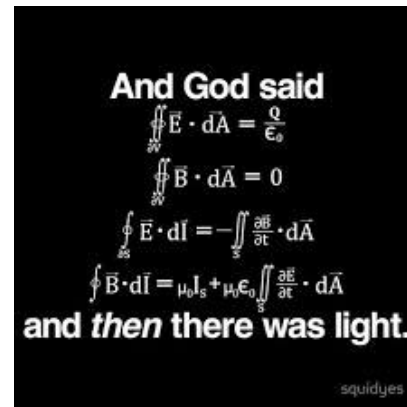
- pewne skały przyciągają i odpychają drobiny żelaza

## MAGNETYZM

- 1820r.: Hans Christian Oersted znalazł związek między elektrycznością (przepływ prądu) a magnetyzmem (odchylenie igły magnetycznej).

## ELEKTOMAGNETYZM

- 1831: Doświadczenia M. Faradaya: równania Maxwella (1873)

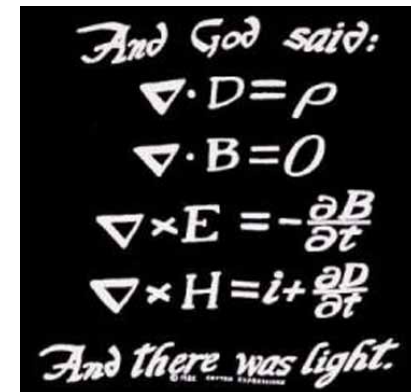


And God said

$$\oiint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$
$$\oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$
$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_s + \mu_0 \epsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

and then there was light.

squidy.es



And God said:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

And there was light.

# Elektrostatyka i ładunki

- **Elektrostatyka** – nauka o **nieruchomych ładunkach** elektrycznych



- Dwa rodzaje ładunków elektrycznych – ujemny i dodatni (umownie). Ładunki jednoimienne się odpychają, różnoimienne – przyciągają.



- Ładunek – charakteryzuje ciało (podobnie jak np. masa).

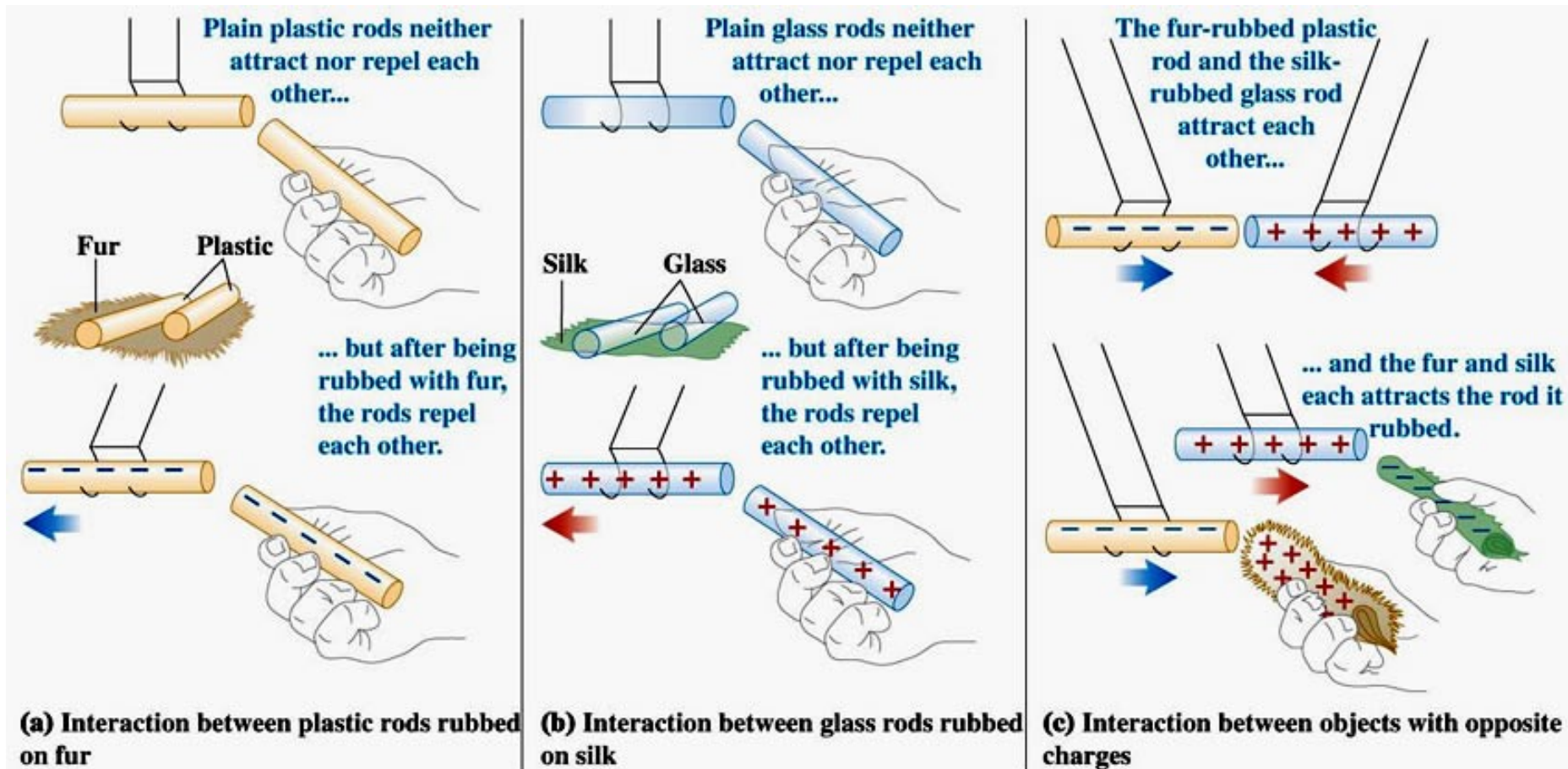


- Ładunek elektryczny jest sumą ładunków elementarnych, z których składa się ciało.
  - Ładunek elektryczny jest skwantowany (dośw. Millikana), tzn, jest wielokrotnością ładunku elementarnego  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Coulomba –  
 $Q = n e$
  - Całkowity ładunek elektryczny układu odosobnionego jest zachowany.
- Elektron i proton – składają się na elektrycznie obojętny atom. **Pamiętajmy, że elektron JEST cząstką elementarną (punktową, bez struktury), proton składa się z kwarków i gluonów (ma strukturę, nie jest elementarny, punktowy)**

# Obserwacje zjawisk elektrycznych

- Naelektryzowane ciała oddziałują na siebie – co to oznacza?

## IZOLATORY



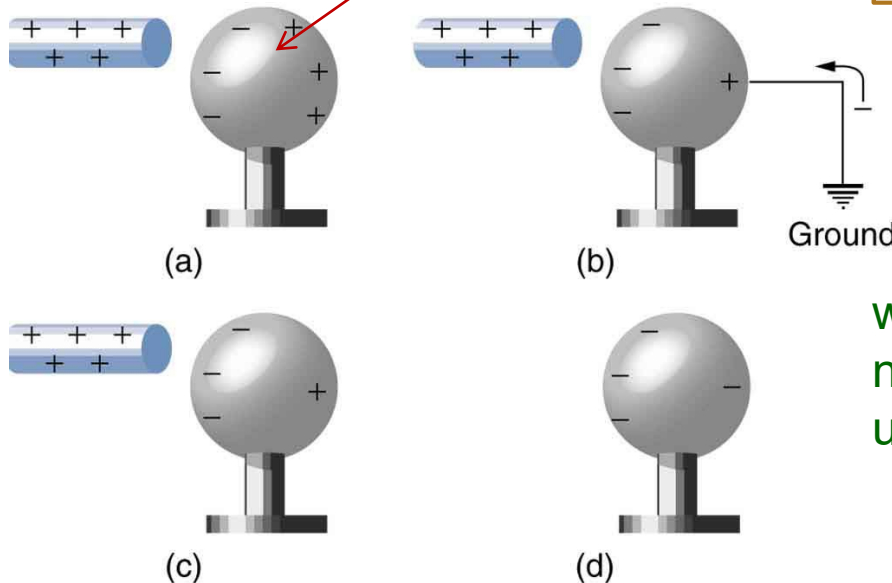
Copyright © 2007 Pearson Education, Inc. publishing as Addison Wesley

# Elektryzowanie przewodników

## PRZEWODNIKI

Przewodnik trudno jest naładować przez pocieranie, bo każdy kontakt z ręką powoduje odpływ ładunku. Tylko nadmiar bądź brak elektronów oznacza naładowanie! Dodatnie protony są uwięzione, nie poruszają się!

elektrony są przyciągane do laski – kula jest cały czas elektrycznie obojętna, ale ładunki się rozsunęły (indukcja ładunku)



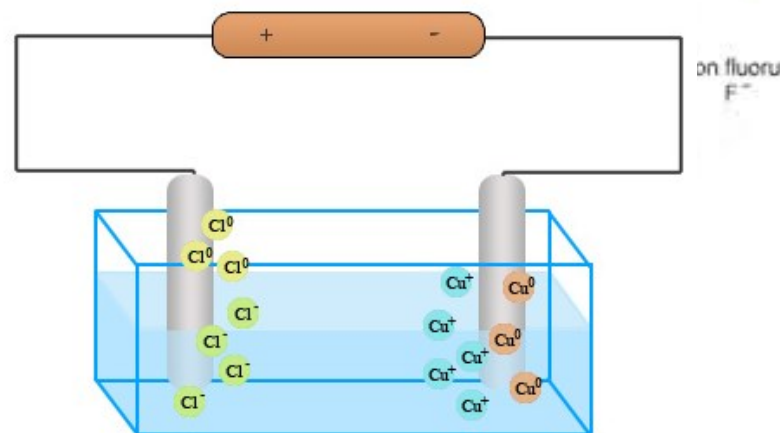
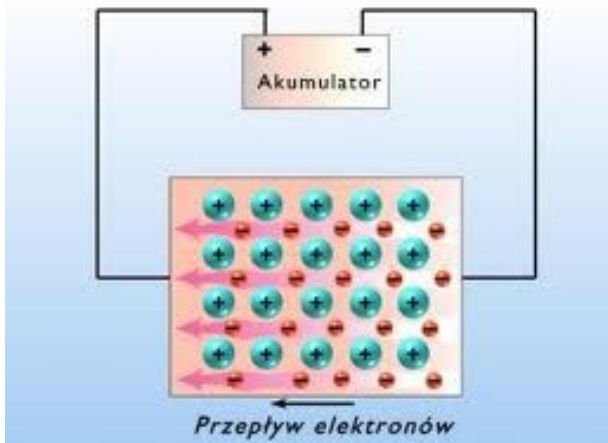
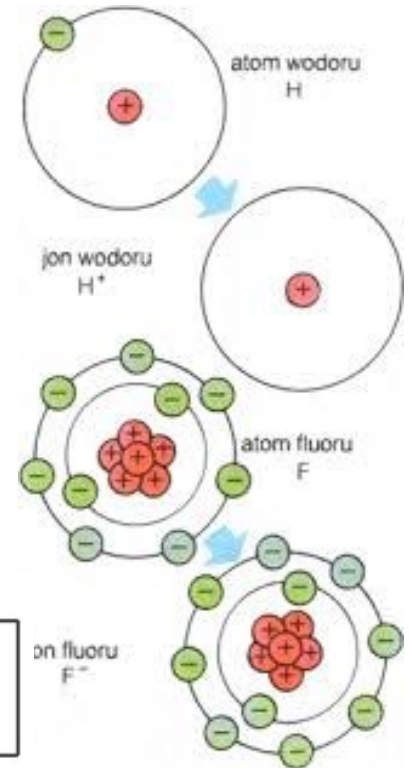
uziemiona, dodatnia strona kuli, pobiera elektrony,

w efekcie kula ma nadmiar ładunku ujemnego



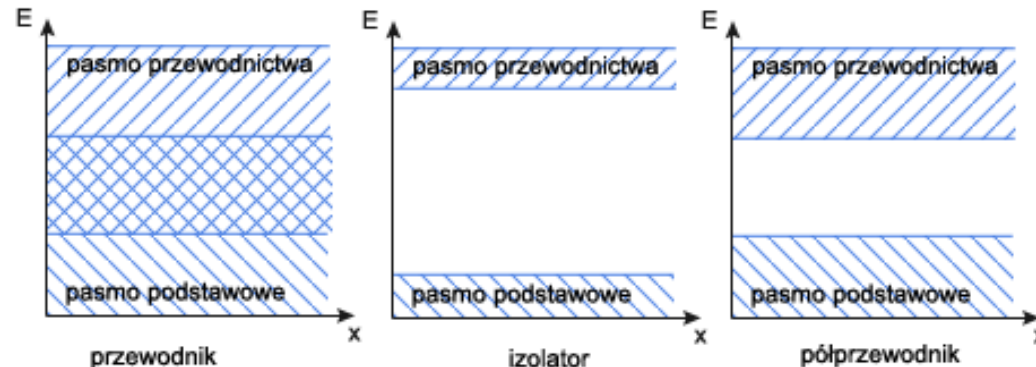
# Ładunki?

- **Atomy są elektrycznie obojętne** (taka sama liczba elektronów, co protonów).
  - Swobodne ładunki mogą powstać w procesie jonizacji – mamy elektron i dodatni jon.
  - w niektórych ciałach stałych (teoria pasmowa – wykład X) są elektrony niezwiązane z jonami – elektrony przewodnictwa,
  - w cieczach może dojść do zjawiska elektrolizy – powstają elektrony i jony (dodatnie i ujemne)



# Własności elektryczne ciał

- Ze względu na obecność (lub brak) swobodnych ładunków ciała dzielimy na:
  - **przewodniki** – elektrony mogą się swobodnie przemieszczać – elektryzacja przez indukcję (zbliżanie naładowanej łaski) lub dotknięcie (przepływ ładunku),
  - **półprzewodniki** – nośniki powstają, gdy dostarczy się dodatkowej energii w postaci np. ciepła czy promieniowania,
  - **izolatory** – struktura ciężkich, nieruchomych jonów i związanych z nimi elektronów, brak swobodnych nośników, elektryzowanie przez pocieranie – np. łaska ebonitowa kawałkiem futra – ładunek jest przenoszony z powierzchni jednego ciała na drugie
  - **elektrolity** – przewodzą prąd. odv powstana ionv (ciężkie. transport masy)





# Własności elektryczne

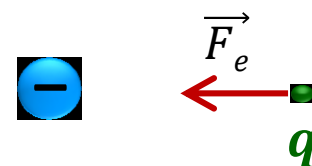
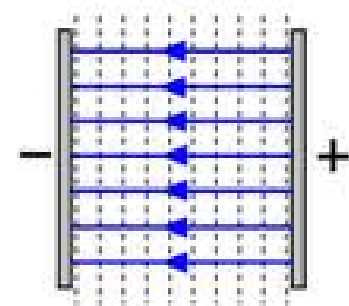
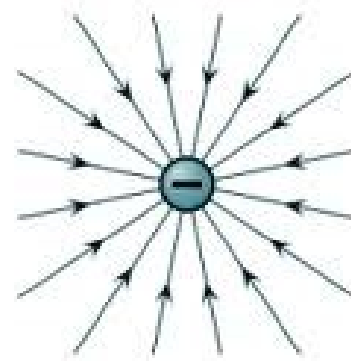
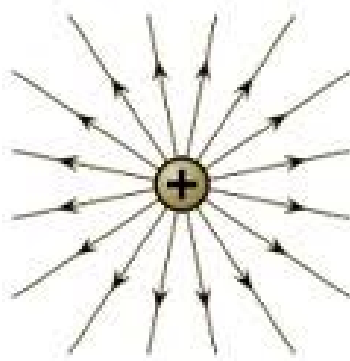
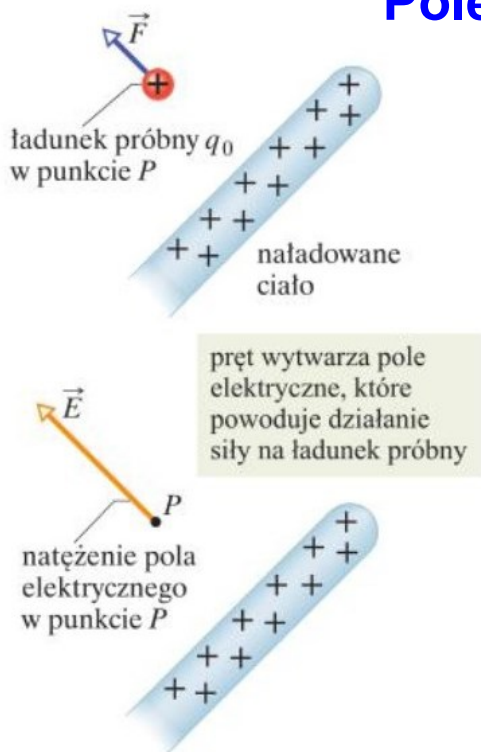
IA												VIII					VIII					VIII																																			
1 H																						2 He																																			
IIA																						VIIIA																																			
3 Li	4 Be																					10 Ne																																			
III A																						VIIIA																																			
11 Na	12 Mg																					18 Ar																																			
IIIB																						VIIIA																																			
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr																																								
IIIB																						VIIIA																																			
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe																																								
IIIB																						VIIIA																																			
55 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn																																								
IIIB																						VIIIA																																			
87 Fr	88 Ra	89 Ac																																																							
															<table border="1"> <tr> <td>58 Ce</td><td>59 Pr</td><td>60 Nd</td><td>61 Pm</td><td>62 Sm</td><td>63 Eu</td><td>64 Gd</td><td>65 Tb</td><td>66 Dy</td><td>67 Ho</td><td>68 Er</td><td>69 Tm</td><td>70 Yb</td><td>71 Lu</td> </tr> <tr> <td>90 Th</td><td>91 Pa</td><td>92 U</td><td>93 Np</td><td>94 Pu</td><td>95 Am</td><td>96 Cm</td><td>97 Bk</td><td>98 Cf</td><td>99 Es</td><td>100 Fm</td><td>101 Md</td><td>102 No</td><td>103 Lr</td> </tr> </table>															58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr
58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu																																												
90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr																																												

[http://zasoby1.open.agh.edu.pl/dydaktyka/fizyka/c\\_teoria\\_pasmowa/5.php](http://zasoby1.open.agh.edu.pl/dydaktyka/fizyka/c_teoria_pasmowa/5.php)

# Pole elektryczne

- Ładunek elektryczny wytwarza **pole elektryczne**.
  - Graficzną ilustracją są linie pola elektrycznego, które zaczynają się w ładunku, zwrot linii określony jest przez ruch ładunku dodatniego.

## Pole elektryczne jest polem źródłowym

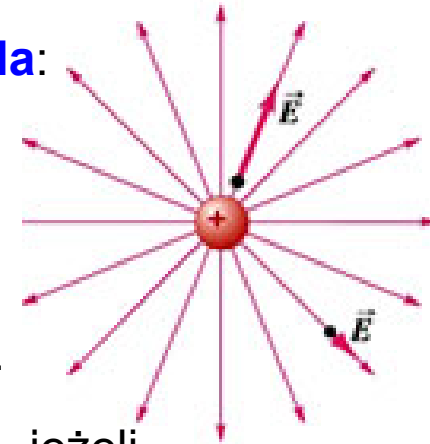


- Jeżeli w polu elektrycznym umieścimy ładunek elektryczny – działa siła elektryczna (ładunek próbny  $q$  umownie uważamy za dodatni).

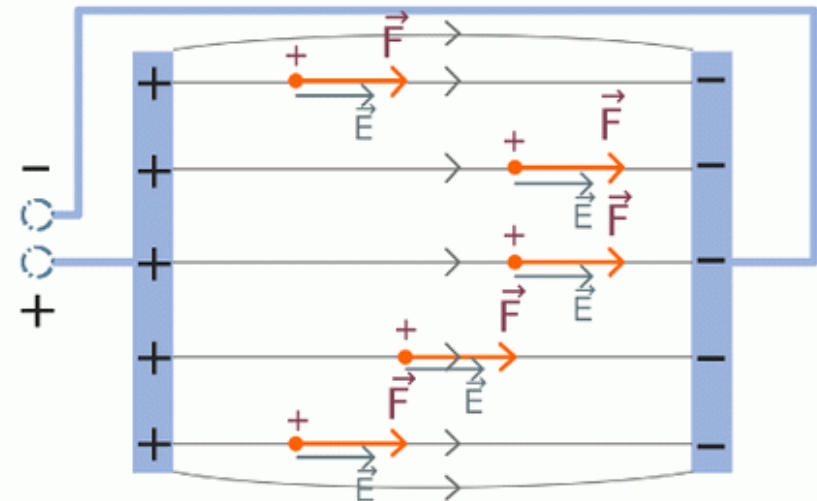
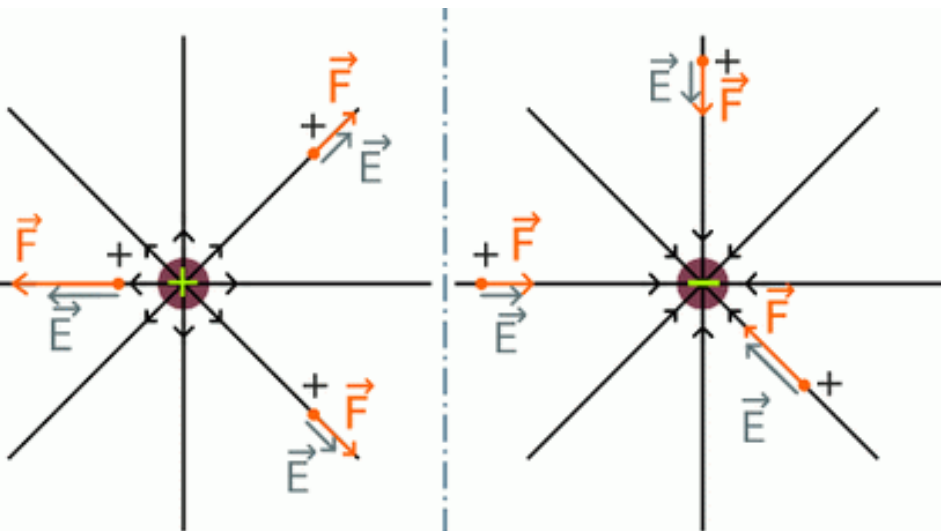
# Natężenie pola

- Pole elektryczne opisywane jest poprzez **wektor natężenia pola**:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

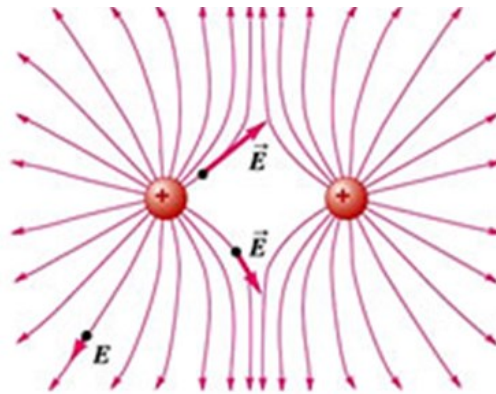
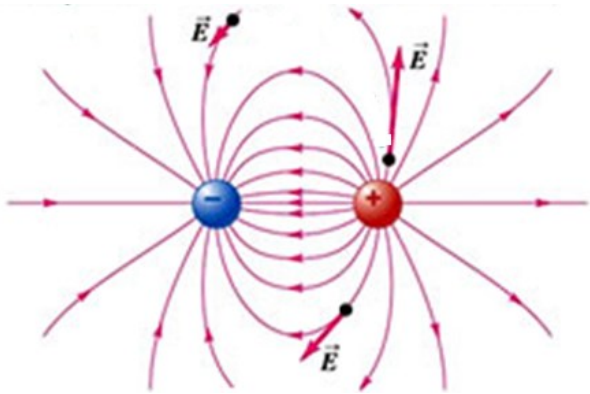


- jest zgodny z liniami pola.
  - pole jest najsilniejsze, tam, gdzie linie są najbardziej gęste.
- Jeśli chcemy opisać pole – należy wyznaczyć wektor natężenia, jeżeli interesuje nas zachowanie ładunku w polu – siłę elektryczną, np.:



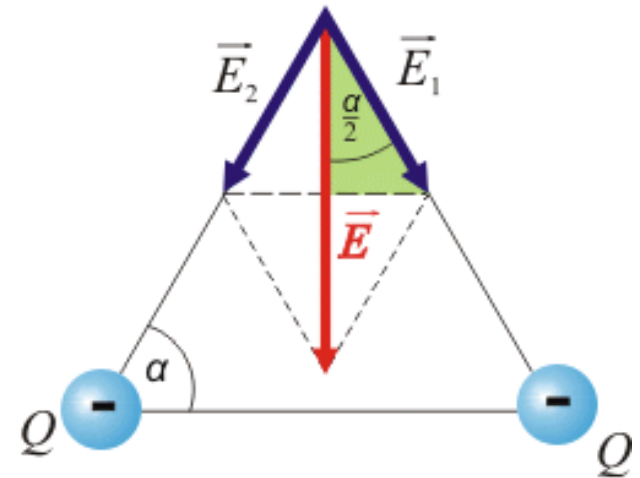
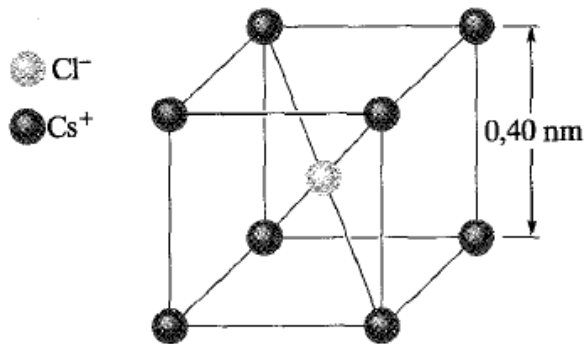
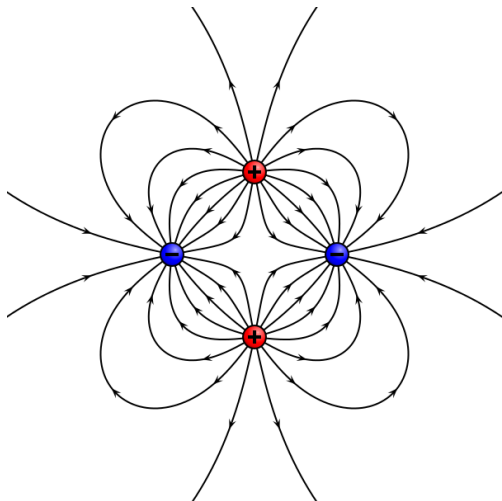
# Układy ładunków- linie pola

- Pole wytworzone przez układy ładunków:



zasada superpozycji:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$



<http://physicstasks.eu>  
<http://physicstasks.eu>

# Natężenie pola

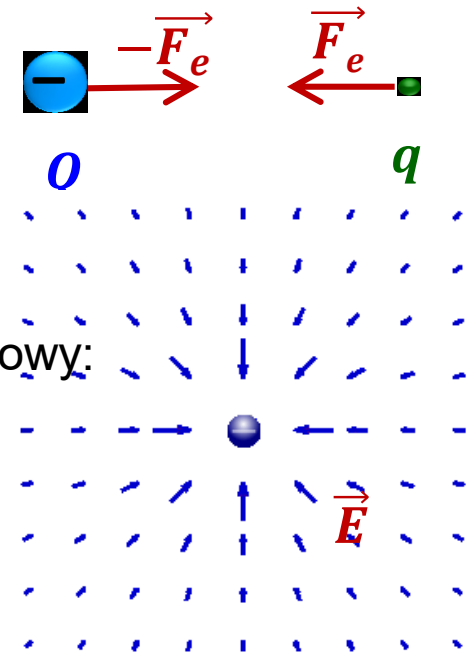
- Pole utworzone przez ładunek punktowy:

- na ładunek próbny działa **siła (Coulomba)**:

$$\vec{F}_e(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

- natężenie pola utworzonego przez ładunek punktowy:

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

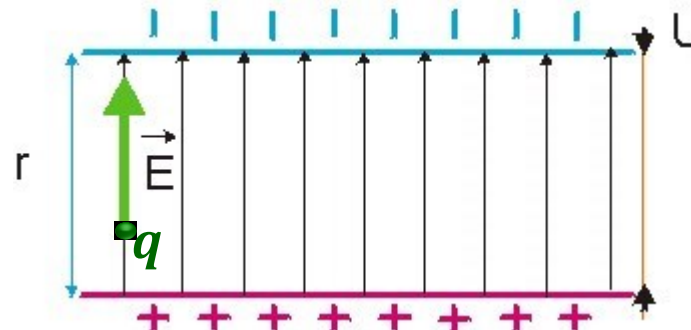


- Jednorodne pole utworzone przez dwie naładowane płaszczyzny:

- na ładunek próbny działa siła:

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

- natężenie pola ?

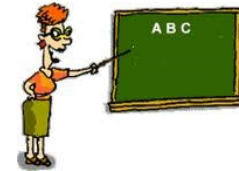


# Dipol elektryczny

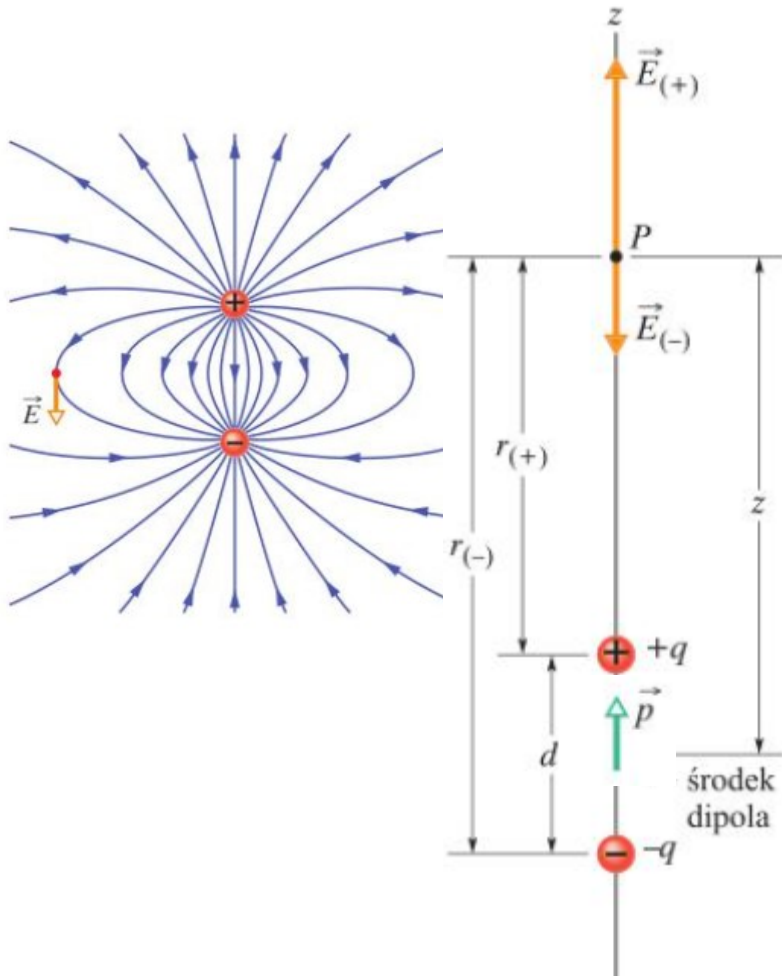
- Pole elektryczne dipola elektrycznego

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

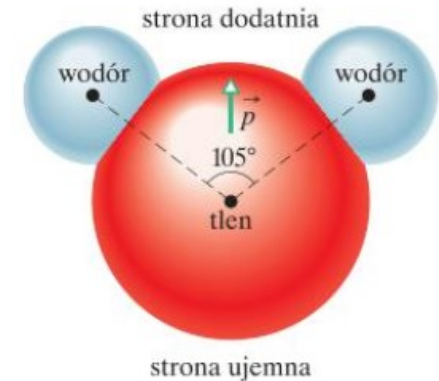
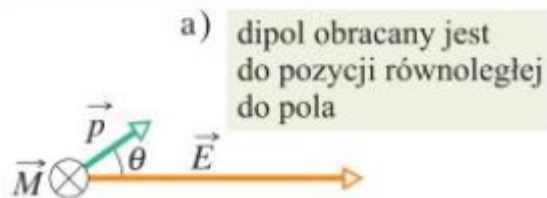
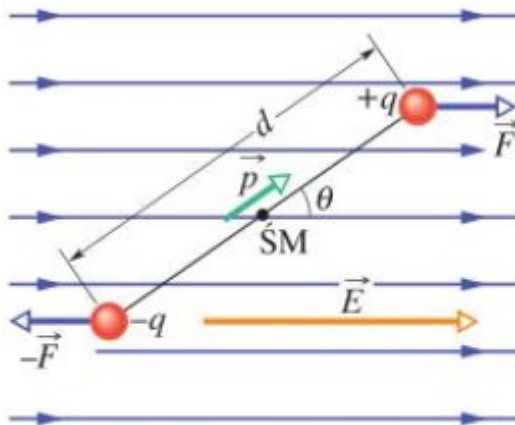


$p$ - moment dipolowy,  
skierowany od „-” do „+”



# Dipol w polu elektrycznym

1. Cząsteczka wody jest dipolem elektrycznym:
2. Ustawiona w zewnętrznym polu elektrycznym ustawia swój moment dipolowy zgodnie z liniami pola:



Siły elektrostatyczne działają w przeciwnych kierunkach na końce dipola i wytwarzają wypadkowy moment siły względem  $\dot{S}M$ :

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

który dąży do odwrócenia  $\vec{p}$  w kierunku  $\vec{E}$ .

Energia potencjalna dipola:

$$E_p = -W = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} M d\theta$$

zależy od jego ustawienia:

$$E_p = -pE \cos\theta$$

jest najmniejsza, gdy  $\vec{p}$  i  $\vec{E}$  mają ten sam kierunek

# Praca siły elektrostatycznej

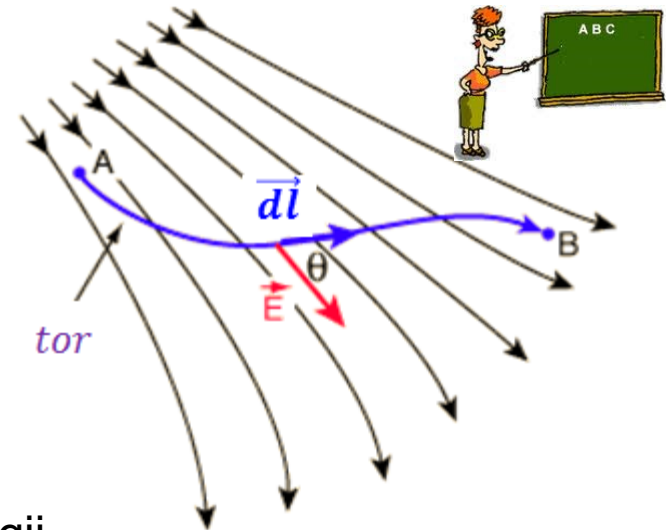
- Praca siły elektrostatycznej przy przesunięciu ładunku  $q$  (dodatniego) z punktu  $A$  do  $B$  w polu o natężeniu  $\vec{E}$ :

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B E dl \cos \theta$$

- Siła elektrostatyczna jest **siłą zachowawczą**.
- Pole siły elektrostatycznej jest potencjalne, a ładunki w tym polu mają **energię potencjalną**.
- Jeśli układ ładunków zmienia położenie – siła elektrostatyczna wykonuje pracę, a zmiana energii potencjalnej wynosi:

$$(E_{pB} - E_{pA}) = -W_{AB}$$

$$E_{pB} = E_{pA} - W_{AB}$$



przykł – policzyć zmianę energii w przypadku ładunku ujemnego, zmieniając kierunek ruchu

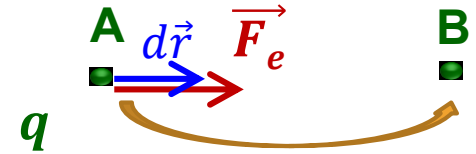
Energia potencjalna dodatniego ładunku poruszającego się zgodnie z kierunkiem pola uległa zmniejszeniu (analogia do spadku w polu grawitacyjnym).



# Energia potencjalna pola elektrycznego (!!)

- Praca ( $A \rightarrow B$ ) wykonana przez siłę elektrostatyczną **w polu ładunku punktowego:**

$$E_{pB} = E_{pA} - W_{AB}$$



$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{Qq}{r^2} dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} Qq \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Qq \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) > 0$$

$$\int \frac{1}{r^2} dr = -\frac{1}{r}$$

- Jeśli chcemy policzyć energię w punkcie  $A$ , to przyjmujemy  $B \rightarrow \infty$ ,  $E_{p\infty} = 0$ , a zmianę energii wyznaczmy przez:

$$\Delta E_p = E_{p\infty} - E_{pA} = -W_{A \rightarrow \infty}$$

a w nieskończoności:  $E_{p\infty} = 0$

co daje:  $E_{pA} = W_{A \rightarrow \infty} = -W_{\infty \rightarrow A}$

# Energia potencjalna pola elektrycznego

$$E_{pB} = E_{pA} - W_{AB}$$

- Jeśli przyjmiemy, że w nieskończoności  $E_{p\infty} = 0$ , to praca wykonana przez siłę elektrostatyczną nad cząstką wynosi  $W_{\infty}$ , a energia potencjalna ładunku:

$$E_p = -W_{\infty}$$



- jest równa pracy (ze znakiem „-”), jaką musi wykonać siła elektrostatyczna, aby przenieść ładunek z nieskończoności do tego miejsca. Praca może być zarówno dodatnia, jak i ujemna (w zależności od znaku ładunku źródła i ładunku przenoszonego).

# Energia potencjalna pola elektrycznego

- **Energia potencjalna** układu ładunków jest równa pracy (ze znakiem „-”), jaką musi wykonać siła elektrostatyczna, aby złożyć ten układ przesuważając ładunki z nieskończoności:

$$E_p = -W_\infty$$



Przykład: Energia potencjalna układu ładunków – umieszczamy jeden ładunek (źródło), potem drugi do pola wytworzonego przez ten pierwszy. Następnie trzeci ładunek do pola dwóch pierwszych ładunków, itd.

Efektywnie (zad):

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Uwaga:

praca wykonana przez siłę zewnętrzną:

$W_z = -W$ , czyli energia potencjalna może być wyrażona poprzez:

$$E_p = W_z$$

# Energia pola ładunku punktowego

- Energia potencjalna w polu ładunku punktowego:

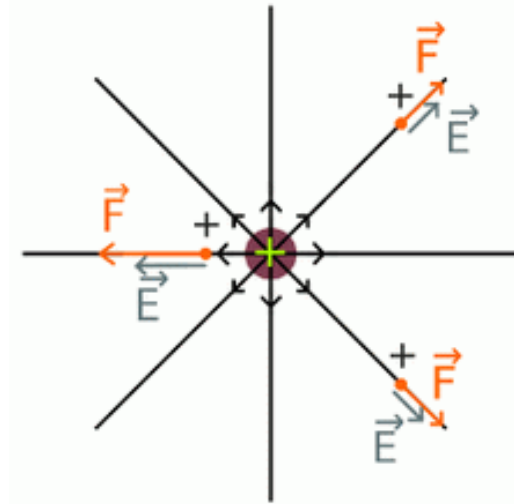
$$E_p = -W_\infty = W(A \rightarrow \infty)$$

$$W(A \rightarrow \infty) = \int_A^\infty \vec{F}_e \cdot \vec{dr} =$$

$$= q \int_A^\infty E \, dr = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \int_\infty^A \frac{1}{r^2} \, dr = q Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A}$$

$$E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$$

$$\int \frac{1}{r^2} \, dr = -\frac{1}{r}$$



- Energia potencjalna elektronu w polu protonu:

$$E_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ee}{r_A}$$

jakieś skojarzenia?

$$E_p = -13.6 \, eV?$$

W układzie ładunku + w polu ładunku +, energia potencjalna jest dodatnia.  
Pole wykonuje pracę odsuwając ładunek od źródła

# Potencjał elektryczny

- Energię potencjalną wyznaczamy dla ładunku w polu wytworzonym przez inny ładunek (układ ładunków).
- Jeśli wyznaczymy stosunek energii do ładunku – zdefiniujemy **potencjał pola**:

$$V = \frac{E_p}{q} \quad \left[ \frac{J}{C} = V \right]$$



- Różnica potencjałów między dwoma punktami pola:

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q} = -\frac{W}{q} = \frac{W_{zew}}{q}$$

jest równa pracy (ze znakiem przeciwnym) wykonanej przez siłę elektrostatyczną przy przesunięciu ładunku jednostkowego pomiędzy tymi punktami.

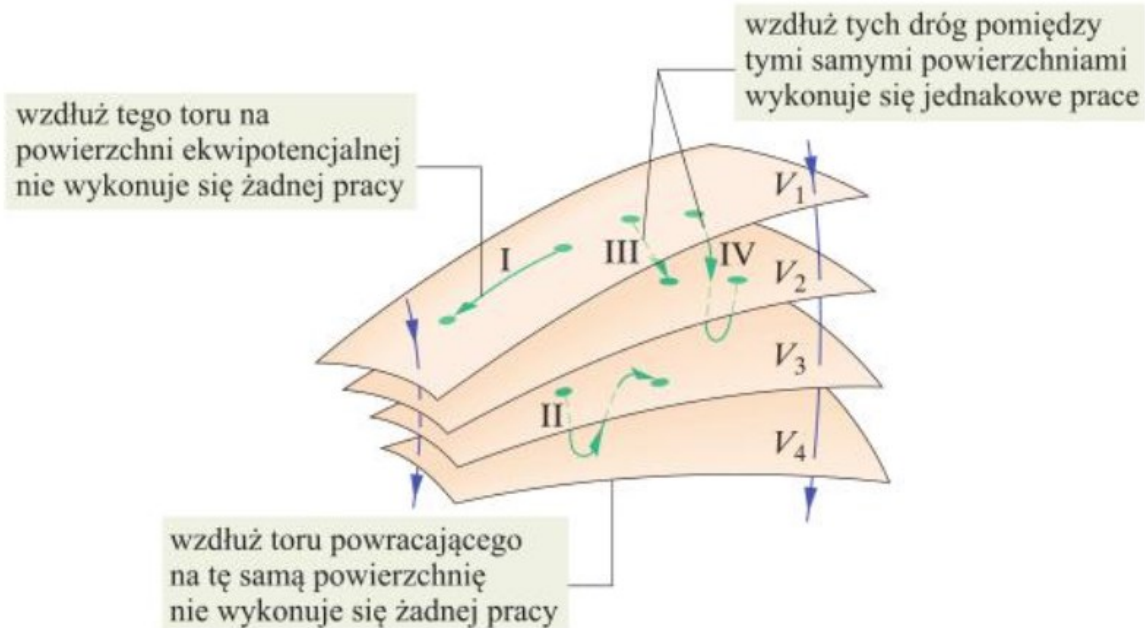
- Jeśli w nieskończoności  $E_p \rightarrow 0$ , to:

$$V = -\frac{W_\infty}{q}$$

potencjał może być  $>0$ ,  $<0$ ,  $=0$ ,  
potencjał wytworzony przez układ  
ładunków jest **SUMĄ algebraiczną**  
poszczególnych potencjałów (ĆW)

# Powierzchnie ekwipotencjalne

Punkty, które mają taki sam potencjał tworzą powierzchnie ekwipotencjalne:

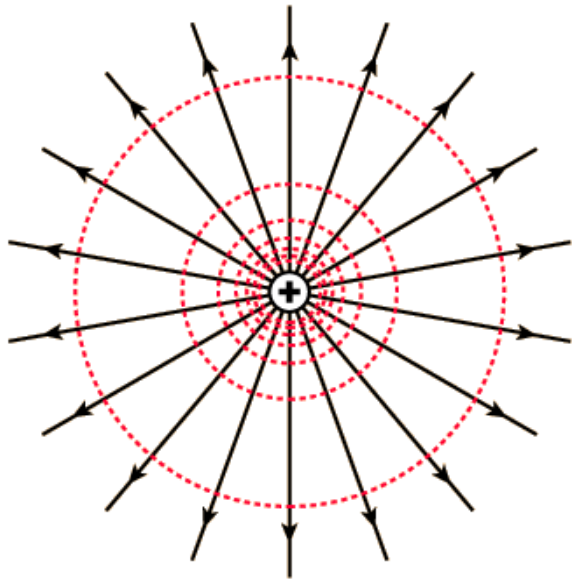


gdy  $V_k = V_p$ , to  $W = 0$

ładunek poruszający się po powierzchni ekwipotencjalnej nie wykonuje pracy (ani pole nad nim)

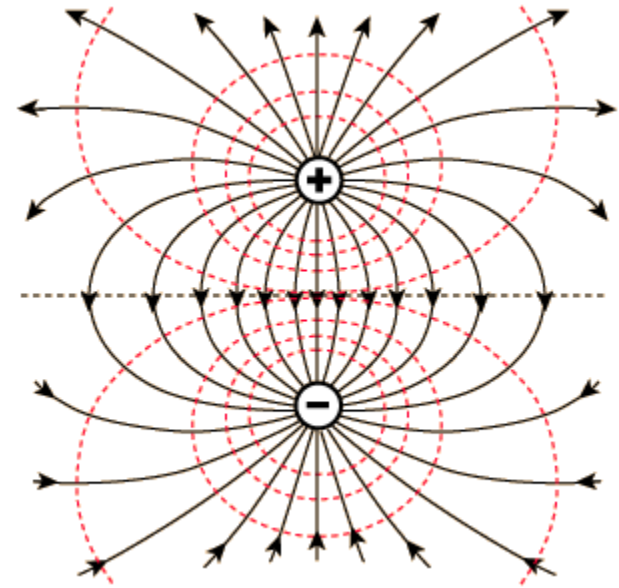
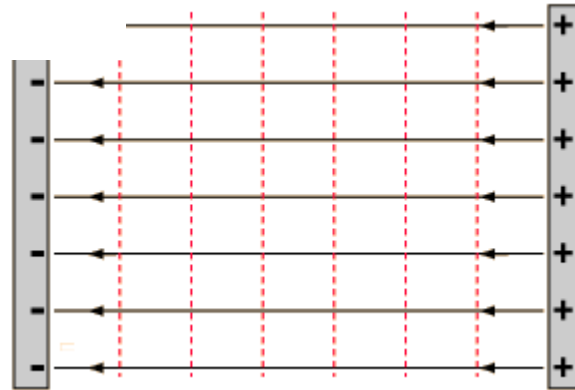
# Powierzchnie ekwipotencjalne

- Punkty o tym samym potencjale tworzą **powierzchnie ekwipotencjalne**:



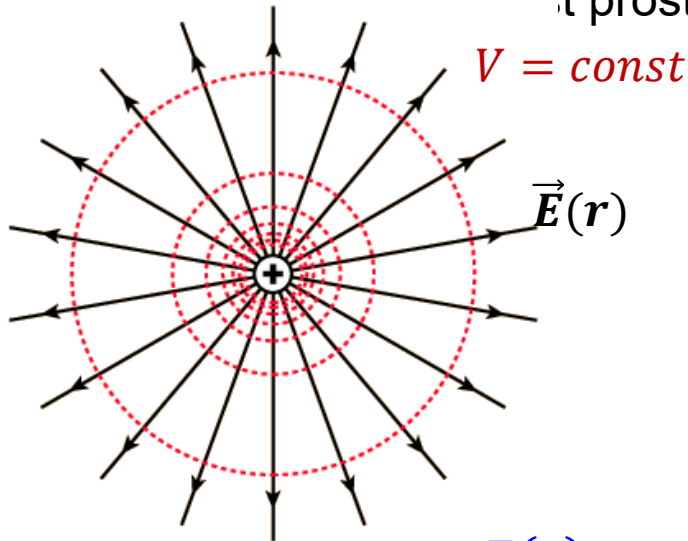
Ładunek poruszający się po powierzchni ekwipotencjalnej:

- nie wykonuje pracy
- nie zmienia energii

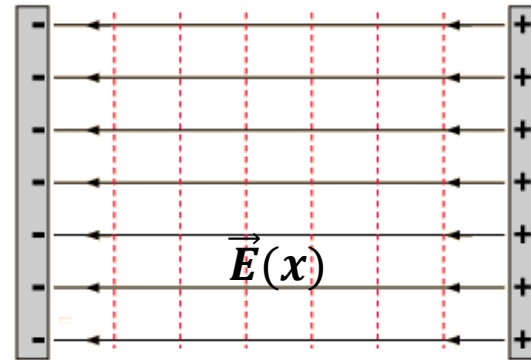


# Natężenie a potencjał

- Czy znając potencjał w pewnym miejscu można wyznaczyć natężenie pola?
  - Pamiętajmy, że potencjał  $V$  jest skalar, a natężenie  $\vec{E}$  wektorem!
  - Jeśli zmierzmy potencjał w wielu miejscach pola, to wyznaczając powierzchni ekwipotencjalne, mamy zmiany potencjału  $dV$  na pewnej odległości  $dx$
  - Natężenie pola jest prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnej



$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$



$$E(x) = -\frac{dV}{dx}$$



# Natężenie a potencjał

- W 3D - analogia do poziomic ( $V = const$ ) linii spadku lawin  $\vec{E}$

$$\vec{E}(r) = \left[ -\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right]$$

$$\vec{E}(r) = -\nabla V$$

$\nabla$  - gradient

Gradient potencjału  
oznacza kierunek spadku  
wektora natężenia pola

a poprzednio było:

$$V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



## Zebranie faktów

- Spoczywające **ładunki** elektryczne wytwarzają **pole** elektrostatyczne.
- Na ładunki elektryczne działa **siła** elektrostatyczna (Coulomba).
- Pole elektrostatyczne opisane jest przez **wektor natężenia** pola i skalarny **potencjał** elektryczny
- Znając potencjał w danym punkcie, można wyznaczyć natężenie z zależności:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

- Znając wektor natężenia w danym punkcie, można wyznaczyć potencjał z zależności:

$$V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

# Podsumowanie

---

- Ładunki i pole elektrostatyczne
  - Natężenie i potencjał pola (charakteryzują pole).
  - Siła Coulomba i energia potencjalna w polu (opisują wpływ pola na ładunek umieszczony w tym polu)
  - Przykłady obliczania natężenia pola i potencjału dla układu ładunków punktowych.
- 
- POKAZY !!!