

Podstawy fizyki – sezon 1

II. DYNAMIKA

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

WFliS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,
D11, pok. 106
amucha@agh.edu.pl
<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

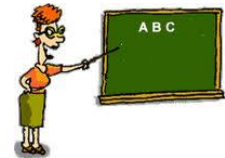
Cele wykładu (pytania egzaminacyjne)

Wiedza:

- ▶ Siła jest wielkością wektorową
- ▶ Siła jest przyczyną ruchu.
- ▶ Trzy zasady dynamiki Newtona.
- ▶ Rola tarcia w ruchu.

Umiejętności:

- ▶ Określenie rodzaju ruchu w zależności od działających sił.
- ▶ Narysowanie schematów sił działających na ciała (pole grawitacyjne, poziome i nachylone powierzchnie, układy ciał)
- ▶ Siły bezwładności w poruszających się układach.



Kinematyka a dynamika

- ▶ Kinematyka – odpowiedź na pytanie „Jak ciało się porusza?”
- ▶ Dynamika – **Dlaczego ciało się porusza?”**
- ▶ W dynamice szukamy związków pomiędzy oddziaływaniem ciał a ich ruchem.
- ▶ Newton 1687 – „Początki matematyczne filozofii przyrody”
- ▶ Wprowadzone pojęcie: **SIŁA**
- ▶ **Przyspieszenie** charakteryzuje zmianę prędkości (co do wartości lub kierunku)
- ▶ Przyczyną występowania przyspieszenia jest siła (bezpośrednia lub pośrednia-pole).

DYNAMIKA jest podstawowym działem mechaniki.

I Zasada Dynamiki (punktu materialnego)

Jeżeli na ciało nie działała żadna siła lub siły działające się równoważą, ciało znajduje się w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

Bezwładność – własność ciała, która powoduje, że ciało zachowuje swój obecny stan (spoczynku lub poruszania się po linii prostej), w przypadku, gdy nie działają inne ciała.

Pierwsza zasada dynamiki stwierdza, że jeżeli na ciało nie działa żadna siła (lub gdy siła wypadkowa jest równa zero) to istnieje taki układ odniesienia, w którym to ciało spoczywa lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

Jest to **UKŁAD INERCJALNY**



Układy inercjalne

- Każdy układ poruszający się ze stałą prędkością względem ukł. inercjalnego jest także układem inercjalnym,
- Transformacja Galileusza – (1564):
- Prawa mechaniki są jednakowe we wszystkich układach inercjalnych.

Dowód:

Nowy układ (y') porusza się ze stałą prędkością u .

położenie punktu m w nowym układzie:

$$x'(t) = x(t) - x_0$$

prędkość w nowym układzie:

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{dx_0}{dt}$$
$$v'(t) = v(t) - u$$

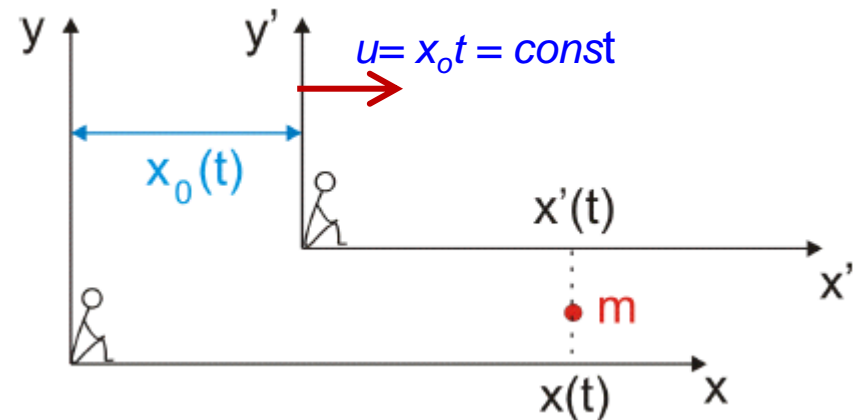
przyspieszenie w nowym układzie:

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{dv}{dt} - \frac{du}{dt}$$

czyli: $a' = a - 0$

siły: $F' = F$

(tak samo w 3D)

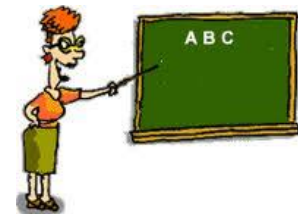
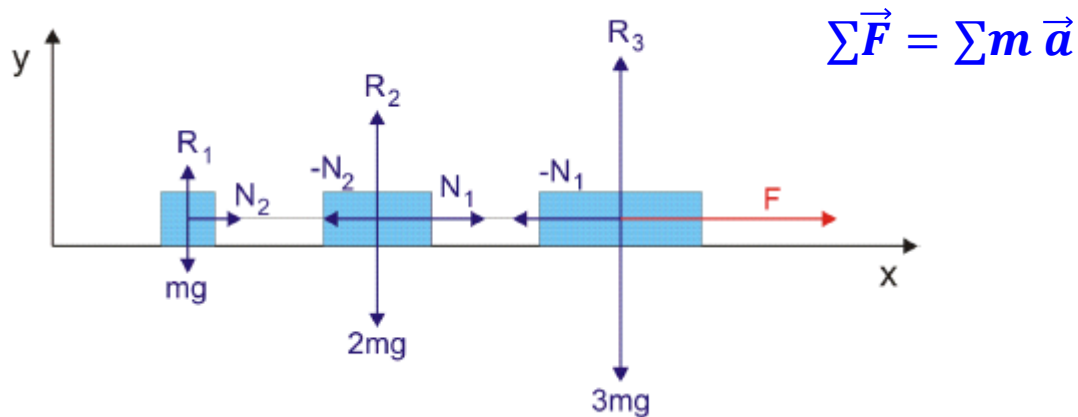


II Zasada Dynamiki

Siła wypadkowa działająca na ciało jest równa iloczynowi masy tego ciała i jego przyspieszenia:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

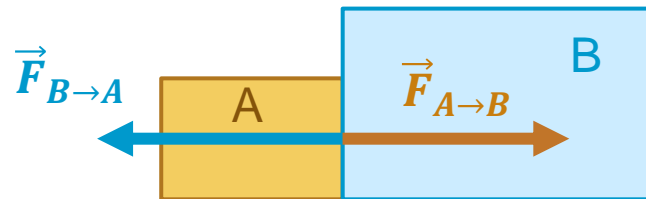
Przykład: do układu trzech ciał o masach m , $2m$ i $3m$ przyłożona została siła zewnętrzna F . Opisać ruch ciała.



III Zasada Dynamiki

Gdy dwa ciała oddziałują wzajemnie, to siła wywierana przez ciało drugie na ciało pierwsze jest równa i przeciwnie skierowana do siły, jaką ciało pierwsze działa na drugie..

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

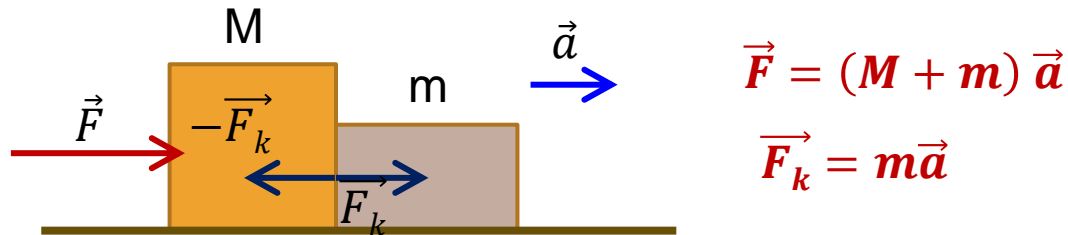


Siły $\vec{F}_{A \rightarrow B}$ i $\vec{F}_{B \rightarrow A}$ działają na dwa odrębne układy, a zatem nie równoważą się

Siły kontaktowe

- Gdy dwa ciała są dociskane do siebie - siły kontaktowe.

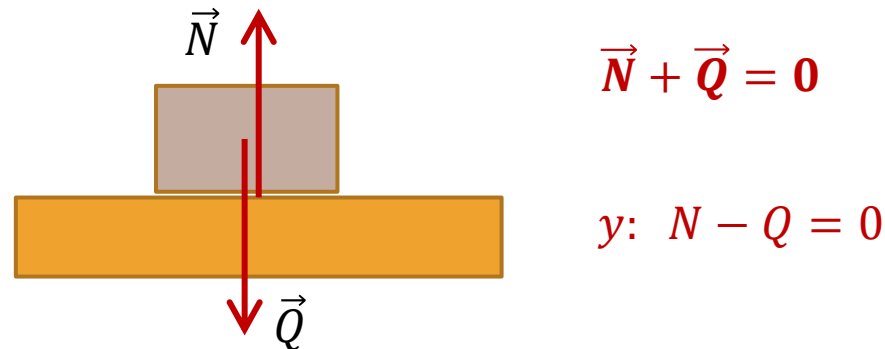
Źródłem tych sił jest odpychanie pomiędzy atomami – siły elektromagnetyczne.



$$\vec{F} = (M + m) \vec{a}$$

$$\vec{F}_k = m \vec{a}$$

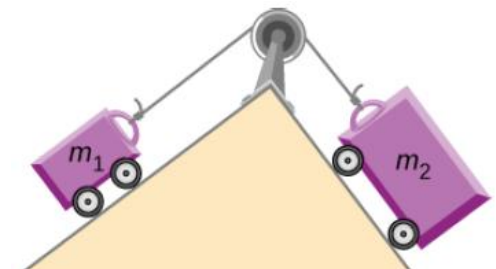
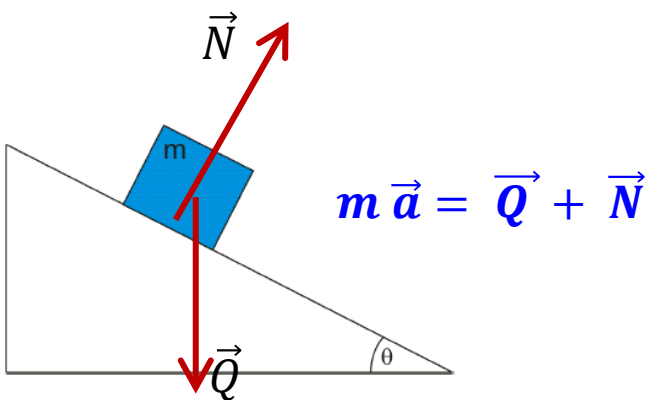
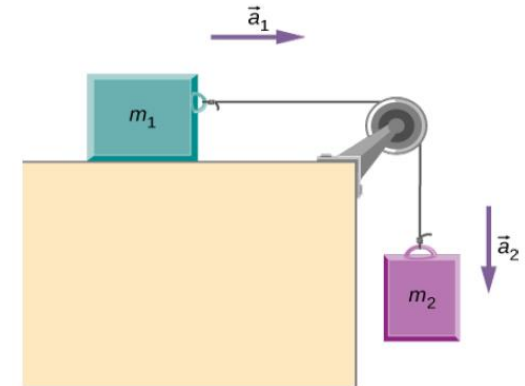
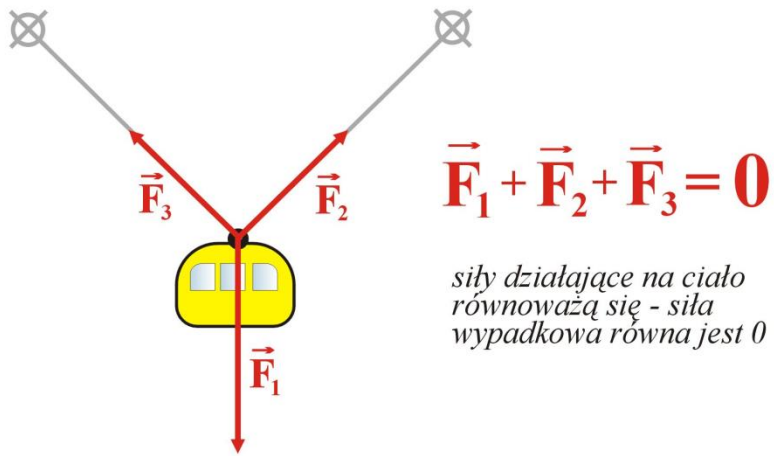
- Siły kontaktowe są tu normalne do powierzchni ciał.
- Siły normalne: gdy jedno ciało naciska na inne, odkształca go i działa siłą normalną (prostopadłą) do powierzchni



$$\vec{N} + \vec{Q} = \mathbf{0}$$

$$y: N - Q = 0$$

Zasady dynamiki - przykłady



siła naciągu
siła reakcji podłoża
ciężar

Siły

- Jednostka siły w SI – niuton (N) –
Niuton jest to siła, która masie 1kg nadaje przyspieszenie 1m/s^2

- Siły:

- grawitacyjne,

- W polu grawitacyjnym Ziemi – prawo powszechnego ciążenia:

$$F = G \frac{M m}{r^2}$$

- elektryczne,

- działają pomiędzy atomami, cząsteczkami, siły utrzymujące elektrony na orbitach, siły tarcia

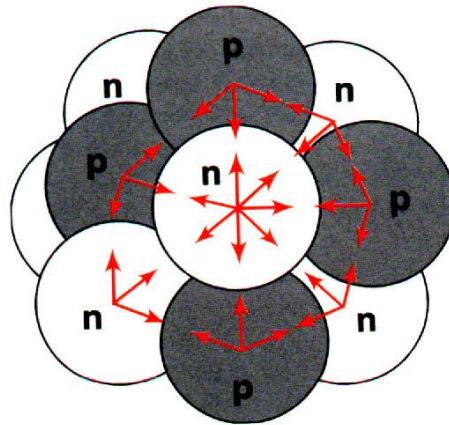
$$F = k \frac{Q q}{r^2}$$

- jądrowe

- siły utrzymujące protony i neutrony w jądrze atomu, mikroświat – mechanika kwantowa

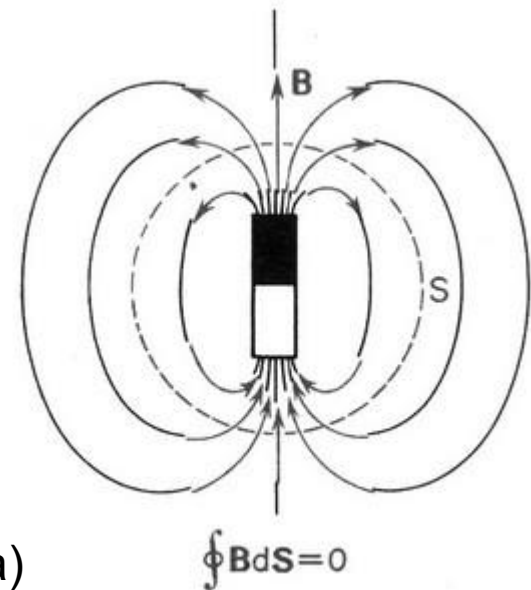
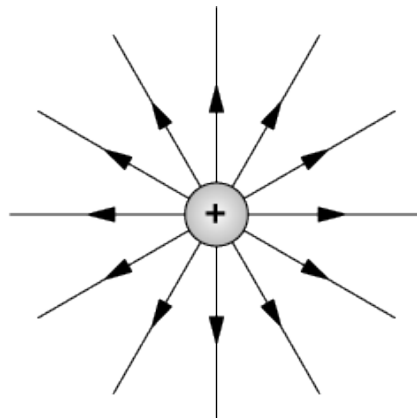
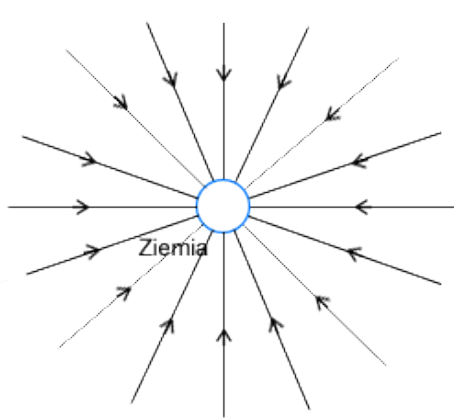
Siły *

- o **jądrowe**
siły utrzymujące protony i neutrony w jądrze atomu, mikroświat – mechanika kwantowa

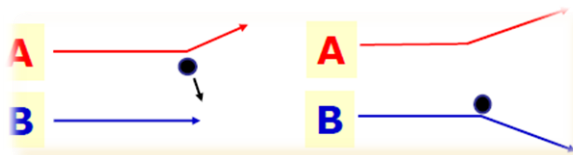


Oddziaływania

- Oddziaływania – w jaki sposób przenoszone są siły?
 - pole (grawitacyjne, elektryczne, magnetyczne, ...)



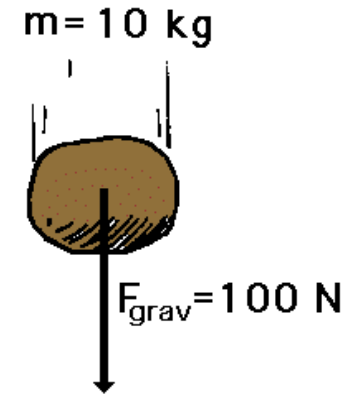
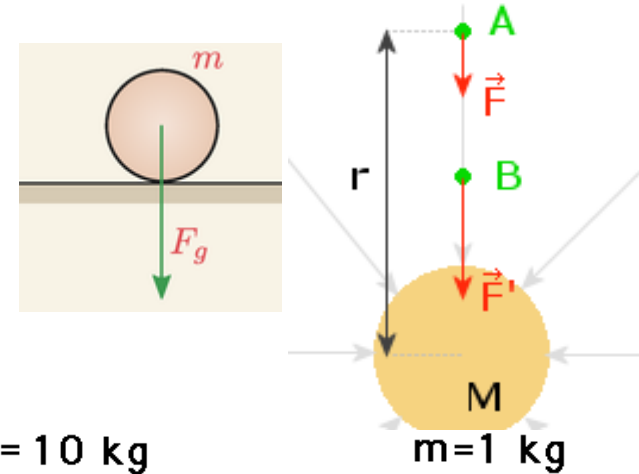
- bozony pośredniczące (mechanika kwantowa)



Siła ciężkości, ciężar i masa

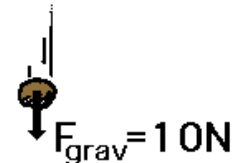
- Ciężar definiujemy jako wartość bezwzględną siły grawitacyjnej, z jaką Ziemia przyciąga ciało. Siła grawitacyjna jest to wielkość wektorowa.
- **Ciężar** zależy od odległości od środka Ziemi, masa jest zawsze taka sama.
- **Masa** jest miarą bezwładności – jeżeli do dwóch różnych mas przyłożymy tę samą siłę – stosunek uzyskanych przyspieszeń jest odwrotnością stosunku mas:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$
- Galileusz (1590) – wszystkie ciała swobodnie puszczane spadają z takim samym przyspieszeniem g
- Siłą działającą na spadające ciało jest jego ciężar $Q=mg$ (tylko wartość!)



$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{100 \text{ N}}{10 \text{ kg}}$$

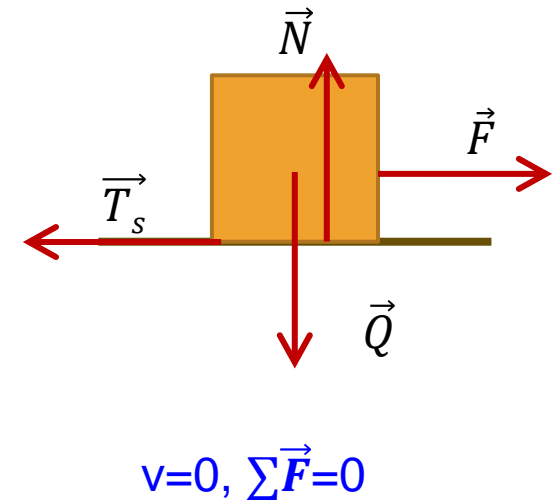


$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{10 \text{ N}}{1 \text{ kg}}$$

Tarcie

- Tarcie jest to siła kontaktowa styczna do powierzchni.
- Działa zrówno, gdy ciała spoczywają, jak i poruszają się.
- Siła tarcia działającą między nieruchomymi powierzchniami – **tarcie statyczne T_s** .
- Maksymalna wartość $T_{s\ max}$ - krytyczna siła, którą należy przyłożyć, żeby ruszyć ciało z miejsca



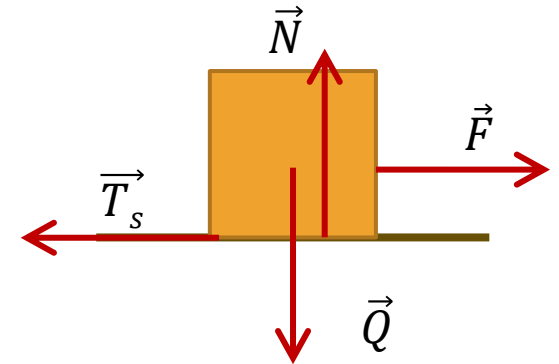
Tarcie

- Maksymalna wartość $T_{s\ max}$ - krytyczna siła, którą należy przyłożyć, żeby ruszyć ciało z miejsca
 - T_s jest w przybliżeniu niezależna od wielkości pola powierzchni styku ciał;
 - T_s jest proporcjonalna do siły normalnej, z jaką jedna powierzchnia naciska na drugą.

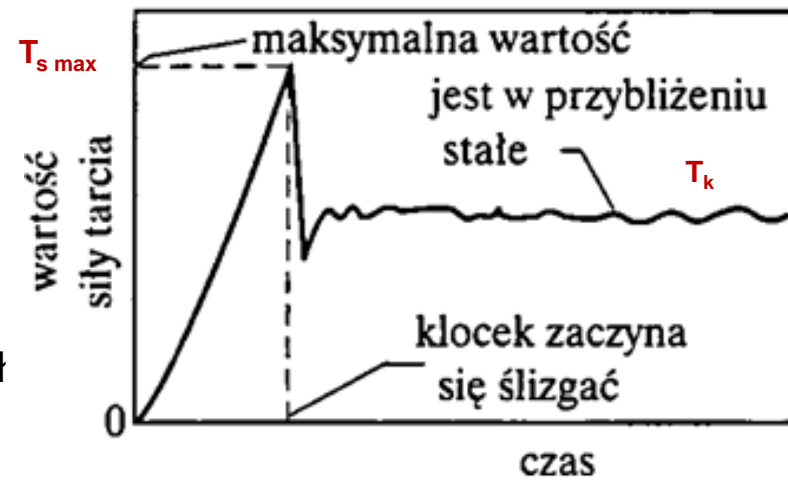
$$T_s \leq \mu_s N, \quad \mu_s = \frac{T_{s\ max}}{N},$$

- Gdy ciało zacznie się poruszać – siła tarcia kinetycznego T_k
 - tarcie kinetyczne nie zależy od prędkości ciała

$$\mu_k = \frac{T_k}{N}$$



$$v=0, \quad \sum \vec{F}=0$$



Siła zależna od czasu

- Na ciało może również działać siła zależna od czasu, np. $F(t) = Bt$.
- Jak wyznaczyć prędkość i położenie ciała?
- II zasada dynamiki: $F(t) = \frac{dv}{dt} m$.
- Rozwiązujemy?



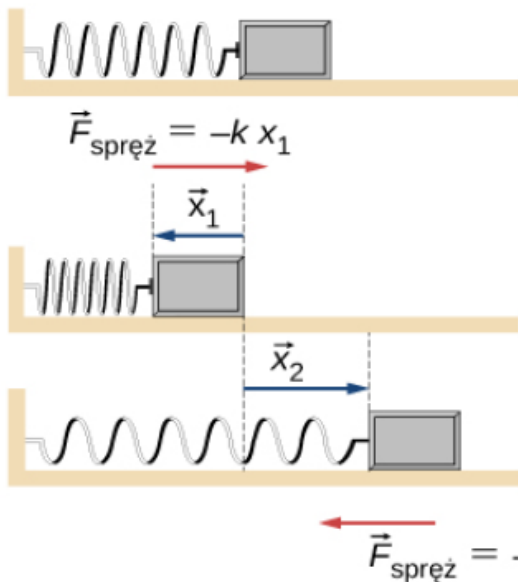
$$\begin{aligned} Bt dt &= dv m \\ \int_0^t Bt' dt' &= \int_{v_0}^v dv' m \\ \frac{1}{2} Bt^2 &= (v - v_0)m \\ v &= v_0 + \frac{1}{2} \frac{Bt^2}{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_0 + \frac{1}{2} \frac{Bt^2}{m} \\ \int_0^x dx' &= \int_0^t \left(v_0 + \frac{1}{2} \frac{Bt^2}{m} \right) dt \\ x &= v_0 t + \frac{1}{6} \frac{Bt^3}{m} \end{aligned}$$

Siła sprężystości (siła zależna od położenia)

- Ciało jest sprężyste, gdy po odkształceniu spowodowanym przyłożeniem do niego siły, wraca do pierwotnego kształtu.
- Ciało może odzyskać kształt, gdyż działa na niego siła sprężystości.
- Jest ona proporcjonalna do wychylenia i przeciwnie do niego skierowana:

$$F_{sp} = -k x \quad \text{prawo Hooke'a}$$



$$F = a m$$
$$-kx = \frac{dv}{dt} m$$
$$-kx = \frac{d^2x}{dt^2} m$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

kto zgadnie rozwiązanie?

$$x(t) = \sin(\sqrt{k/m} t) \quad \text{lub} \quad x(t) = \cos(\sqrt{k/m} t)$$

Siła oporu (siła zależna od prędkości)

- Na rzeczywisty ruch ciała wpływają siły oporu (aerodynamicznego lub hydrodynamicznego)
- Na wartość siły oporu wpływają głównie:
 - gęstość ośrodka
 - poprzeczne rozmiary ciała
 - prędkość ciała

$$F_{op} = \frac{1}{2} C \rho S v^2$$

Liczmy?

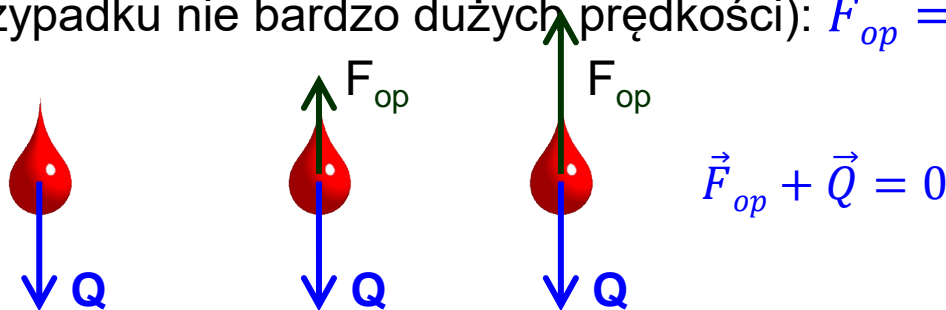
$$F = a m$$

$$\frac{1}{2} C \rho S v^2 = \frac{dv}{dt} m$$



Spadek ciała w powietrzu z oporem

- Ruch ciała o masie m , spadającego w pobliżu Ziemi, z uwzględnieniem oporu powietrza.
- Opór powietrza zależy od prędkości (przykłady).
- Zakładamy, że siła oporu powietrza jest proporcjonalna do prędkości (w przypadku nie bardzo dużych prędkości): $F_{op} = -bv$



- Prędkość rośnie – wzrasta siła oporu, aż $Q=F_{op}$ i ciało porusza się ruchem jednostajnym.
- Prędkość graniczna: $mg = -bv_{gr}$

Jak zmienia się prędkość w czasie tego ruchu?

- II Zasada Dynamiki Newtona: $m \frac{dv}{dt} = mg - bv$

Spadek ciała w powietrzu z oporem

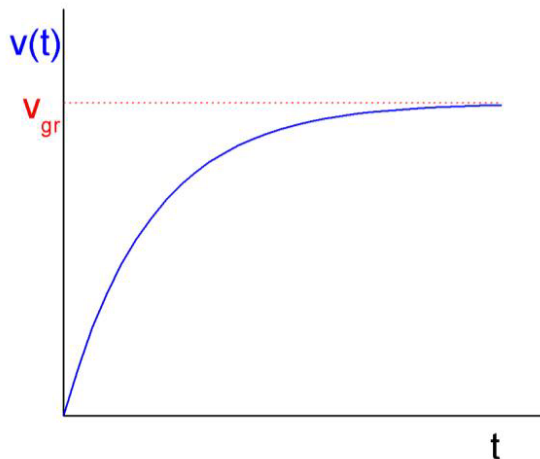
- Rozwiązanie równania ruchu:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - bv$$

$$dv = \left(g - \frac{b}{m} v \right) dt$$

...

$$v = \frac{mg}{b} (1 - e^{-bt/m}).$$



Prędkość graniczna: $v_{gr} = \frac{m}{b} g$

spadającego człowieka: 60m/s,

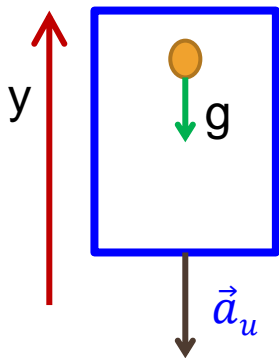
osiągana przez ok.12s, na drodze 450m,

kropla deszczu: 7 m/s, 6m

Ruch ciała w poruszających się układach (nieinercjalnych)

- Gdy ciało umieszczone jest w układzie poruszającym się z przyspieszeniem a_u , to jego przyspieszenie w tym układzie wynosi $-a$
- II zasada dynamiki Newtona (ogólnie): $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{p}, t)$, $\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$
- w nieinercjalnych układach odniesienia: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{p}, t) - m\vec{a}_u$

Przykład: spadająca piłka w windzie:



w ukł. bloku: $m \frac{dv}{dt} = -mg$

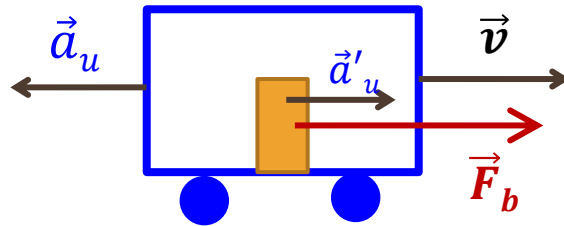
w ukł. windy:

$$m \frac{dv}{dt} = -mg + ma_u = -m(g - a_u)$$

Układy nieinercyjne – siły bezwładności

Siły bezwładności – siły pozorne, ale powodujące rzeczywiste skutki (kawa na spodniach).

Przykład 1: hamujący samochód:



- gdy $v = \text{const}$ – nie działa siła, ruch jednostajny
- w ukł inercyjnym: \vec{a}_u
- w ukł nieinercyjnym: \vec{a}'_u , czyli działa siła:

$$\vec{F}_b = m \vec{a}'_u = -m \vec{a}_u$$

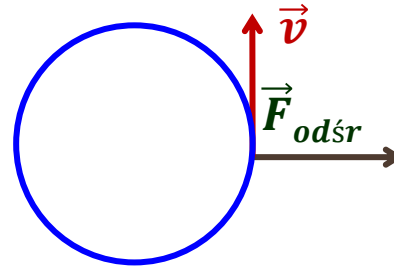
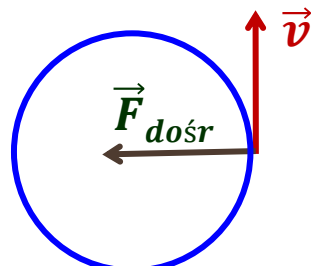
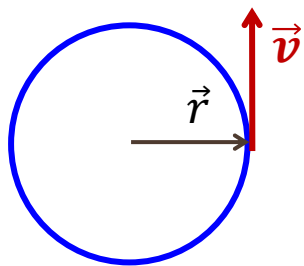
jest to **siła bezwładności**

Układy nieinercyjne – siły bezwładności

Przykład 2: ruch jednostajny po okręgu:

ukł. inercjalny:

ukł. nieinercjalny:

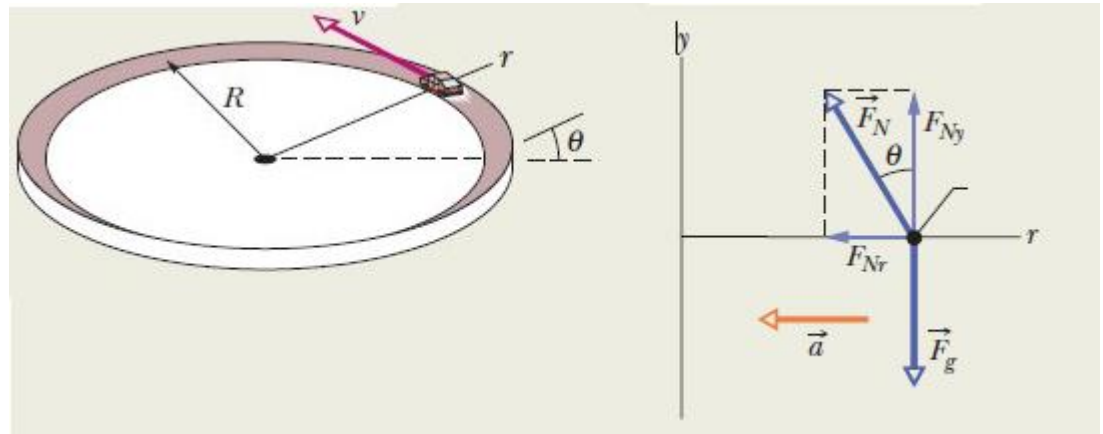


$$\vec{F}_{dośr} = -\frac{mv^2 \vec{r}}{r r}$$

$$\vec{F}_{odśr} = \frac{mv^2 \vec{r}}{r r}$$

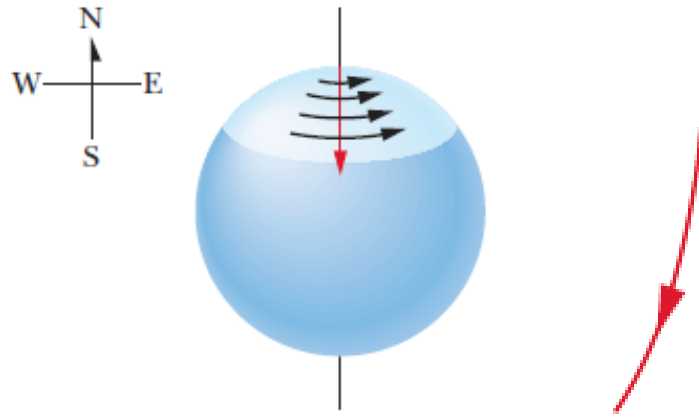
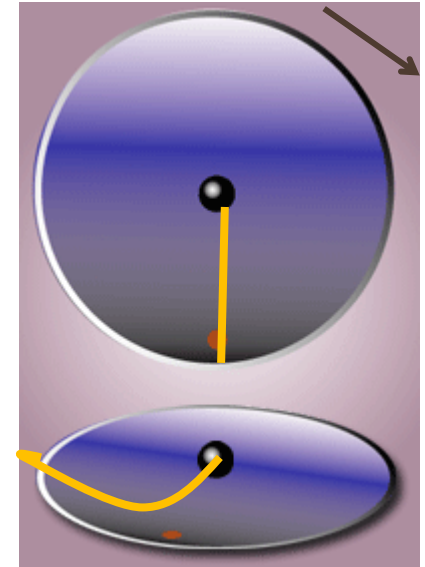
Ciało porusza się po okręgu, ponieważ **działa siła dośrodkowa**. Siła ta powoduje zakrzywienie toru

Przykład 3. Pochylona powierzchnia autostrady



Ruch ciał w obracających się układach

- Ruch po obracającej się płycie –
 - dla obserwatora inercyjnego – to układ się porusza, torem jest prosta,
 - dla nieinercyjnego tor jest zakrzywiony, Zakrzywienie musi być wywołane siłą – siłą pozorną (bezwładności)
- Ruch na obracającej się Ziemi.



Siła Coriolisa

- Obliczenie prędkości i przyspieszenia w obracającym się z prędkością ω układzie odniesienia („Mechanika” Ch. Kittel).

Schemat: wyrażamy położenie jako funkcje r i t , liczymy prędkość i przyspieszenie (pierwsze i drugie pochodne) i ostatecznie:

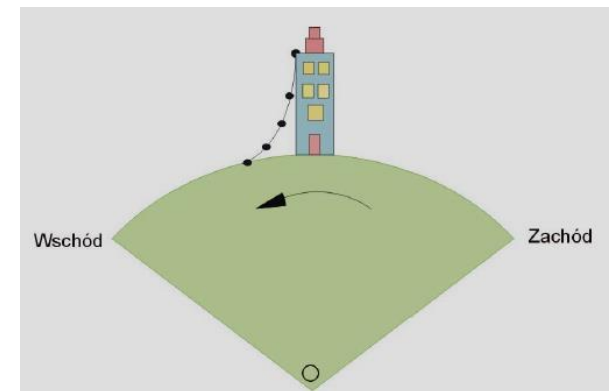
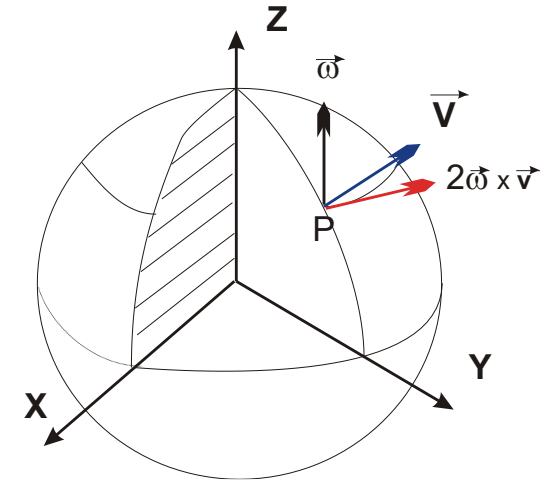
$$\vec{a}_i = \vec{a}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

przyp. w ukł.inercjalnym przyp. w ukł.obracającym się **przyspieszenie Coriolisa** przyp.dośrodkowe

- Siła Coriolisa (bezwładności): $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$

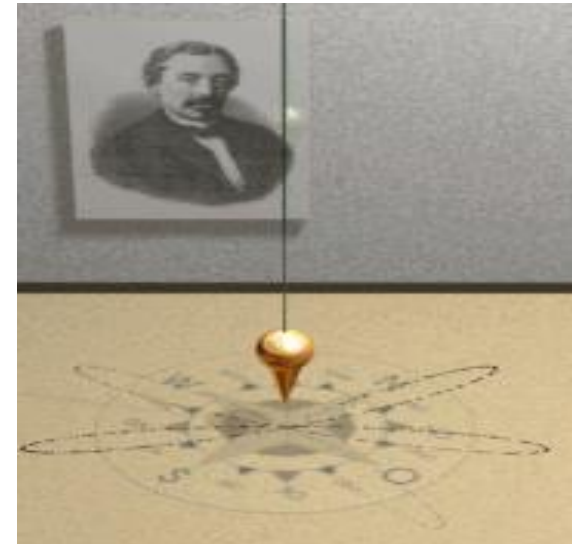
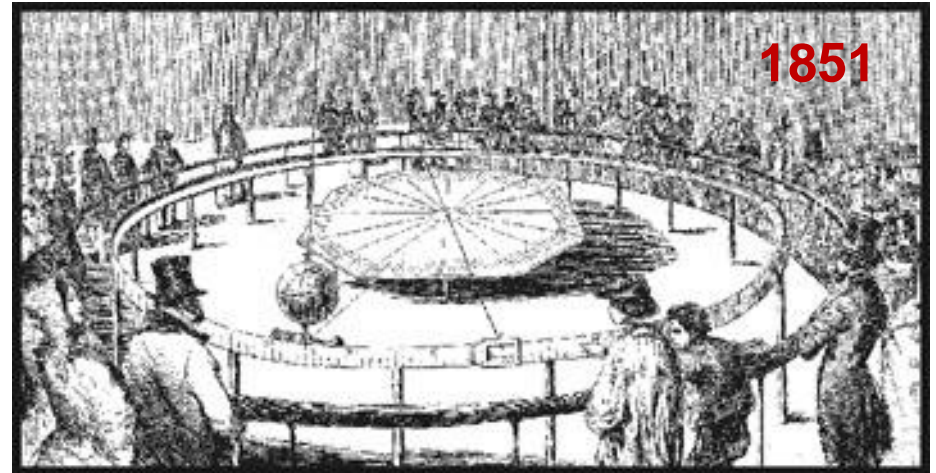
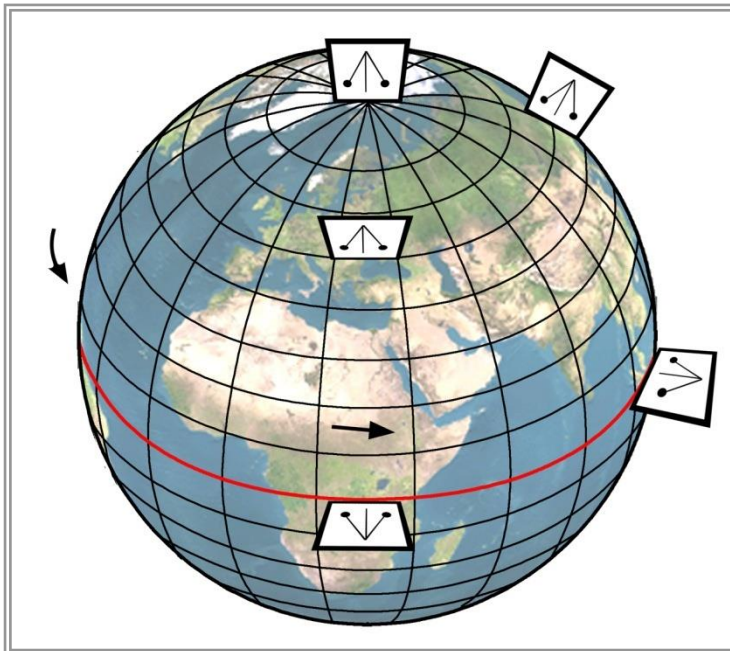
Siła Coriolisa - skutki

- Siła Coriolisa:
 - działa wyłącznie na obiekty znajdujące się w ruchu
 - zależy od prędkości kątowej wirującego układu oraz od masy i prędkości liniowej poruszającego się obiektu.
 - Kierunek działania siły Coriolisa jest zawsze prostopadły do kierunku wektora prędkości poruszającego się ciała, tak więc siła ta powoduje odchylenie toru ruchu ciała od linii prostej.
- Kamień rzucony z wieży Eiffla odchylił się o 6cm od pionu,
- Kierunki wiatrów na półkuli N odchylają się w prawo.
- Rakiety dalekiego zasięgu skręcają na wschód.



Wahadło Foucaulta

Wahadło Foucaulta jest przyrządem, za pomocą którego można wykazać, że Ziemia obraca się dookoła osi oraz że nie jest układem inercyjnym.



Podsumowanie

- ▶ Zasady dynamiki Newtona z zastosowaniami.
- ▶ Tarcie.
- ▶ Ruch ciała z oporem.
- ▶ Ruch ciała w inercjalnych i nieinercjalnych układach.
- ▶ Siły bezwładności, przyspieszenie Coriolisa.