

# Podstawy fizyki – sezon 1

## **III. Praca i energia**

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

WFiIS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,  
D11, pok. 106  
amucha@agh.edu.pl  
<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

# Cele wykładu (pytania egzaminacyjne)

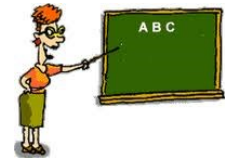
## Wiedza:

- ▶ Energia kinetyczna a prędkość.
- ▶ Praca a energia kinetyczna.
- ▶ Praca siły stałej.
- ▶ Praca siły zmiennej.
- ▶ Moc średnia i chwilowa.



## Umiejętności:

- ▶ Obliczenia pracy sił: tarcia, ciężkości, normalnej w przykładach z poprzedniego wykładu.
- ▶ Wyznaczanie całkowitej pracy wykonanej nad ciałem znając zmiany energii kinetycznej.
- ▶ Obliczenie pracy siły sprężystości i grawitacyjnej.

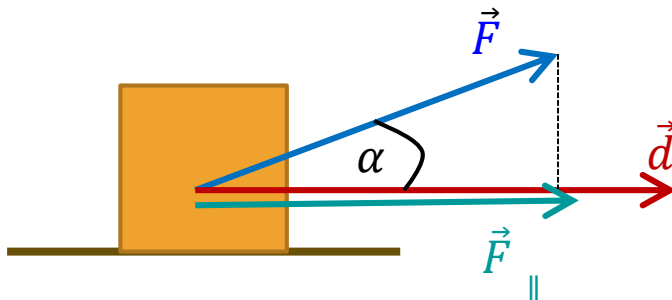


# Praca siły stałej

Jeśli na punkt P działa siła **stała**, to jej praca przy przemieszczeniu  $\vec{d}$  wynosi:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

[J=N m]



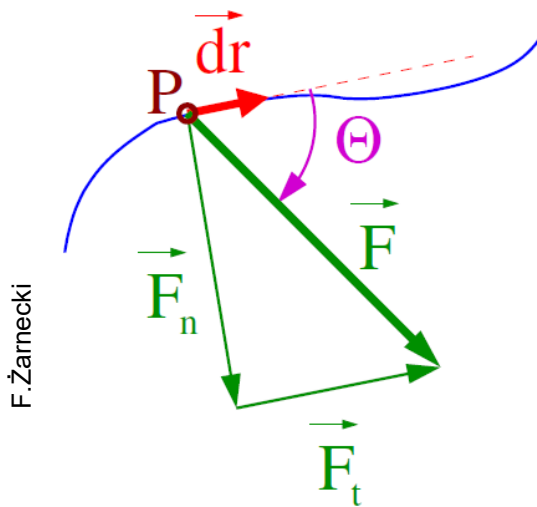
$$W = F d \cos \alpha (\vec{F}, \vec{d}) = F_{\parallel} d$$

- Wzór określa pracę wykonaną wyłącznie przez siłę  $\vec{F}$ .
- Na ciało mogą działać również inne siły, np. siła tarcia, ciężar.
  - Praca wypadkowej kilku sił jest równa sumie prac wykonanych przez poszczególne siły.
- Ciało może przemieszczać się w innym kierunku niż działa siła (np. przy rzucie w górę siła grawitacyjna działa w dół – jej praca jest ujemna).

# Praca

- ▶ Rozważamy punkt materialny P, na który działa siła  $\vec{F}(\vec{r}, t, \vec{v}, \dots)$
- ▶ Praca, jaką wykonuje siła  $\vec{F}$  przy przesunięciu P o  $\vec{dr}$  :

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dr}$$



Siły prostopadłe do przesunięcia nie wykonują pracy.

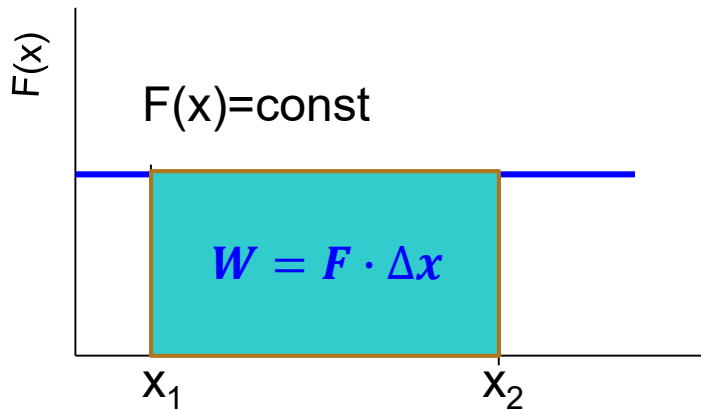
- siła dośrodkowa, siła Coriolisa, Lorentza...

Praca wykonana przez siłę  $\vec{F}$  nad punktem P przy przesunięciu z punktu A do B wynosi:

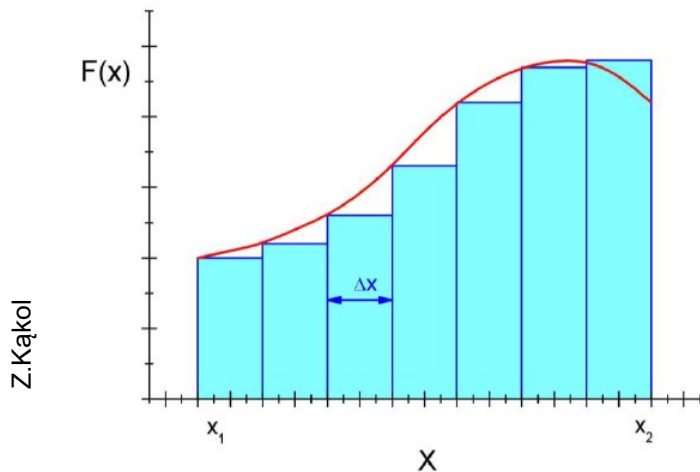
$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{dr}$$



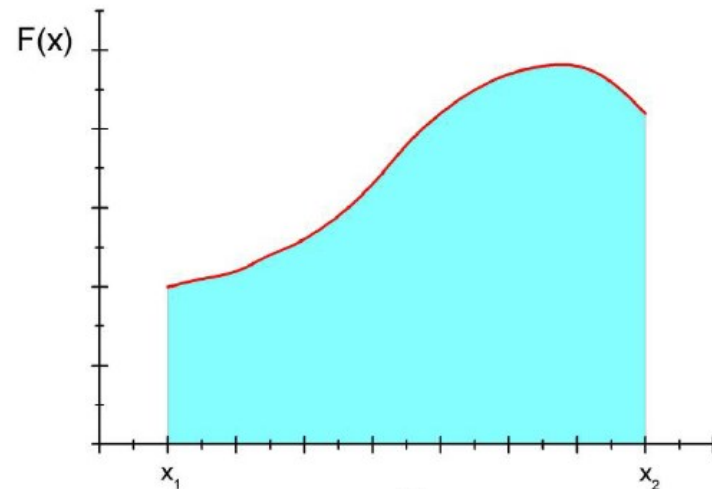
# Praca siły zmiennej a stałej



- Praca jest polem powierzchni pod wykresem siły.
  - W przypadku siły stałej jest to prostokąt.
  - Dla **siły zmiennej** – dzielimy wykres na jak największą liczbę prostokątów i sumujemy pola



$$W = \sum F_i \Delta x$$

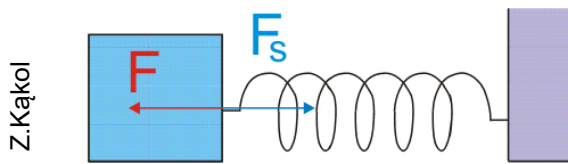


$$W = \lim_i \sum F_i \Delta x = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

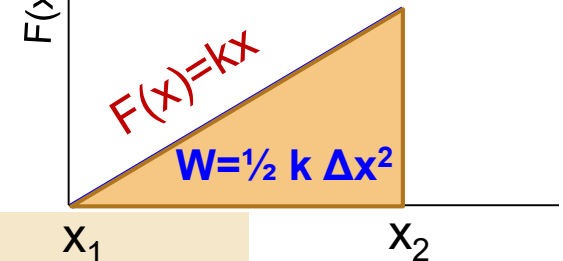
# Praca sił zmiennych - przykłady

Przykł. 1 – Praca siły sprężystości:  $F_s(x) = -kx$ .

Rozciągamy sprężynę, liczymy pracę, jaką wykona zewnętrzna siła  $F = kx$ :

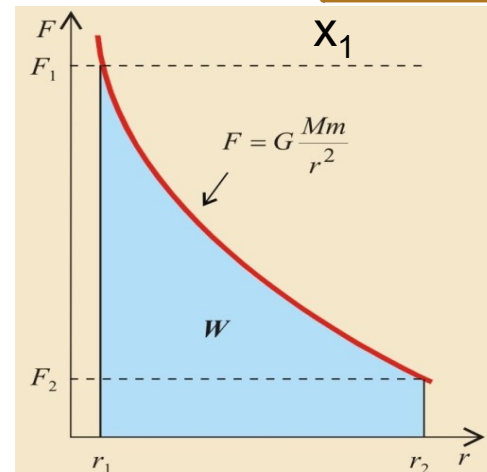
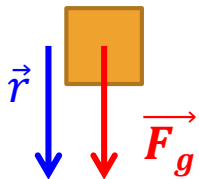


$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2)$$



Przykł. 2 – Praca siły grawitacji:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr = \int_{r_1}^{r_2} GMm \frac{1}{r^2} dr = -GMm \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$



## Energia kinetyczna (przyp. nierelatywistyczny, jeden wymiar)

Na ciało działa wypadkowa siła  $F$  i nadaje mu przyspieszenie  $a$ . Liczymy pracę tej siły nad ciałem (ruch wzdłuż osi  $x$ ,  $m = \text{const}$ ):

$$\begin{aligned} W &= \int F dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dp}{dt} dx = \int_{x_1}^{x_2} m \frac{dv}{dt} dx = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = \\ &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k \end{aligned}$$

gdzie zdefiniowano **energię kinetyczną**:  $E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$



oraz pokazano, że:

zmiana energii kinetycznej ciała jest równa pracy  $W$ , jaką wykonuje wypadkowa siła nad tym ciałem.

**Twierdzenie o pracy i energii.**

Twierdzenie jest prawdziwe niezależnie od postaci siły  $\vec{F}$  i drogi.

# Moc

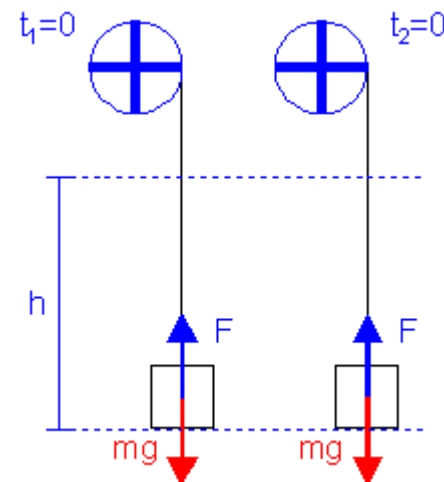
- Jeśli interesuje nas szybkość wykonania pracy, określamy **MOC**:

$$P = \frac{dW}{dt} \text{ - moc chwilowa [W=J/s], [kWh]}$$



$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \text{ - moc średnia}$$

dla stałej siły:  $\bar{P} = \frac{F s}{t} = F \bar{v}$



Z. Kąkol